Novokeynesiánský DSGE model české otevřené ekonomiky

Osvald Vašíček

Ekonomicko–správní fakulta
Masarykova univerzita
Lipová 41a, 602 00 Brno
email: osvald@econ.muni.cz

Výzkum je řešen za podpory grantu
GAČR č. 402/05/2172 a projektu MŠMT
výzkumná centra 1M0524.

Struktura příspěvku:

- Model
- Systém rovnic
- Řešení
- Odhad
- Data
- Výsledky odhadu
- Odezvy modelu
- Předpověď
- Závěr

Model

- Novokeynesiánský DSGE model s mikroekonomickými základy
- koncept NOEM (New Open Economy Macroeconomics)
- 4 representativní agenti: domácnosti, firmy, centrální banka, zahraníčí

Reprezentativní domácnosti

- domáctnost maximalizuje svůj užitek:

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(C_t - hC_{t-1})^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)$$

  s ohledem na jeho intertemporární omezení

$$P_t C_t + E_t \left(\frac{D_{t+1}}{R_t} \right) \leq D_t + W_t N_t$$

- log–linearizace optimalizačních podmínek prvního řádu:

$$w_t - p_t = \varphi n_t + \frac{\sigma}{1-h} (c_t - hc_{t-1})$$

$$c_t - hc_{t-1} = E_t (c_{t+1} - hc_t) - \frac{1-h}{\sigma} (r_t - E_t \pi_{t+1}) \qquad (1)$$

- zákon jedné ceny nemusí platití bez odchylek, odchylka ceny:

$$\psi_t = -[q_t + (1-\alpha)s_t] \qquad (2)$$

- směnné relace (terms of trade):

$$\Delta s_t = \pi_{F,t} - \pi_{H,t} \qquad (3)$$

- podmínka nekryté úrokové parity:

$$\Delta E_t q_{t+1} = -\{(r_t - E_t \pi_{t+1}) - (r_t^* - E_t \pi_{t+1}^*)\} + \epsilon_t^q \qquad (4)$$

- podmínka současné optimalizace domácností uvnitř ekonomiky a v zahraničí:

$$c_t - hc_{t-1} = y_t^* - hy_{t-1}^* - \frac{1-h}{\sigma} q_t \qquad (5)$$

Reprezentativní firma

- monopolisticky konkurující firma optimalizuje chování: maximalizace zisku
- produkční funkce firmy:
$$Y_t = A_t N_t,$$
kde A_t je technologický pokrok představovaný AR(1) procesem:
$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \epsilon_t^a \tag{6}$$
s mezními náklady:
$$mc_t = w_t - p_{H,t} - a_t = \frac{\sigma}{1-h}(c_t - hc_{t-1}) + \varphi y_t + \alpha s_t - (1+\varphi)a_t \tag{7}$$
- ceny jsou strnulé a firmy je nastavují dle Calvova efektu, výsledkem je chování, které představuje Novokeynesiánská Phillipsova křivka (NKPC):
$$\pi_{H,t} = \beta(1-\theta_H)E_t\pi_{H,t+1} + \theta_H\pi_{H,t-1} + \lambda_H mc_t \tag{8}$$
- analogický je vztah pro importovanou inflaci:
$$\pi_{F,t} = \beta(1-\theta_F)E_t\pi_{H,t+1} + \theta_F\pi_{F,t-1} + \lambda_F\psi_t \tag{9}$$
- celková inflace zahrnuje vliv jak domácí tak i zahraniční inflace:
$$\pi_t = (1-\alpha)\pi_{H,t} + \alpha\pi_{F,t} \tag{10}$$

Centrální banka

- cílování inflace
- monetární politika je představována modifikovaným Taylorovým pravidlem:
$$r_t = \rho_r r_{t-1} + (1-\rho_r)(\phi_1\pi_t + \phi_2 y_t) + \epsilon_t^r \tag{11}$$

Zahraniční sektor

- domácí ekonomika je modelována jako malá otevřená ekonomika
- zahraniční sektor je exogenní:

$$y_t^* = \lambda_1 y_{t-1}^* + \epsilon_t^{y^*} \tag{12}$$

$$r_t^* - E_t\pi_{t+1}^* = \rho_{r^*}(r_{t-1}^* - \pi_t^*) + \epsilon_t^{r^*} \tag{13}$$

Dolpněk

- podmínka rovnováhy trhu zboží:

$$y_t = (2-\alpha)\alpha\eta s_t + (1-\alpha)c_t + \alpha\eta\psi_t + \alpha y_t^* \tag{14}$$

Parametry

- model má 14 parametrů[1] a 8 dalších parametrů představuje směrodatné odchylky šoků $(\sigma_a, \sigma_s, \sigma_q, \sigma_{\pi_H}, \sigma_{\pi_F}, \sigma_r, \sigma_{y^*}, \sigma_{r^*})$

Parametr	**Č. rovnice**	**Interpretace**
α	2, 7, 10, 14	otevřenost ekonomiky
β	8, 9	diskontní faktor
h	1, 5, 7	setrvačnost ve spotřebě
σ	1, 5, 7	převrácená elast. mezičasové subst. ve spotřebě
η	14	elast. subst. mezi domácím a zahraničním zbožím
φ	7	převrácená elast. nabídky práce
θ_H	8	část domácích firem neměnící cenu
θ_F	9	část firem neměnící cenu importujícícího zboží
ϕ_1	11	citlivost úrokové sazby na inflaci
ϕ_2	11	citlivost úrokové sazby na výkon ekonomiky
ρ_r	11	váha pohledu vzad u monetárního pravidla
ρ_r^*	13	setrvačnost vývoje zahraniční reálné úrokové sazby
ρ_a	6	setrvačnost vývoje technologií
λ_1	12	setrvačnost vývoje zahraničního produktu

[1]Platí, že $\lambda_H = \frac{(1-\beta\theta_H)(1-\theta_H)}{\theta_H}$ a $\lambda_F = \frac{(1-\beta\theta_F)(1-\theta_F)}{\theta_F}$ ve vztazích (8) a (9).

Systém rovnic

- log–linearizovaný model byl získán přeskupením rovnic (1) – (14)
- systém je doplněn exogeními domácími a zahraničními šoky

$$\psi_t = -[q_t + (1-\alpha)s_t] \tag{15}$$

$$\Delta s_t = \pi_{F,t} - \pi_{H,t} + \epsilon_t^s \tag{16}$$

$$\Delta E_t q_{t+1} = -\{(r_t - E_t\pi_{t+1}) - (r_t^* - E_t\pi_{t+1}^*)\} + \epsilon_t^q \tag{17}$$

$$\pi_t = (1-\alpha)\pi_{H,t} + \alpha\pi_{F,t} \tag{18}$$

$$\pi_{F,t} = \beta(1-\theta_F)E_t\pi_{H,t+1} + \theta_F\pi_{F,t-1} + \lambda_F\psi_t + \epsilon_t^{\pi_F} \tag{19}$$

$$\pi_{H,t} = \beta(1-\theta_H)E_t\pi_{H,t+1} + \theta_H\pi_{H,t-1} + \lambda_H mc_t + \epsilon_t^{\pi_H} \tag{20}$$

$$mc_t = \frac{\sigma}{1-h}(c_t - hc_{t-1}) + \varphi y_t + \alpha s_t - (1+\varphi)a_t \tag{21}$$

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \epsilon_t^a \tag{22}$$

$$c_t - hc_{t-1} = E_t(c_{t+1} - hc_t) - \frac{1-h}{\sigma}(r_t - E_t\pi_{t+1}) \tag{23}$$

$$c_t - hc_{t-1} = y_t^* - hy_{t-1}^* - \frac{1-h}{\sigma}q_t \tag{24}$$

$$y_t = (2-\alpha)\alpha\eta s_t + (1-\alpha)c_t + \alpha\eta\psi_t + \alpha y_t^* \tag{25}$$

$$r_t = \rho_r r_{t-1} + (1-\rho_r)(\phi_1\pi_t + \phi_2 y_t) + \epsilon_t^r \tag{26}$$

$$y_t^* = \lambda_1 y_{t-1}^* + \epsilon_t^{y^*} \tag{27}$$

$$r_t^* - E_t\pi_{t+1}^* = \rho_{r^*}(r_{t-1}^* - \pi_t^*) + \epsilon_t^{r^*} \tag{28}$$

Řešení

- model: 11 rovnic pro endogení proměnné a 3 rovnice pro exogenní procesy (viz. (22), (27) a (28))
- log–linearizovaný model byl přepsán na model racionálních očekávání (LRE system[2])

$$
\begin{aligned}
0 &= Ax_t + Bx_{t-1} + Cy_t + Dz_t && (29)\\
0 &= FE_t(x_{t+1}) + Bx_t + HE_t(x_{t-1}) + \\
&\quad + Jy_{t+1} + Ky_t + LE_t(z_{t+1}) + Mz_t && (30)\\
E_t(z_{t+1}) &= Nz_t + E_t(\epsilon_{t+1}) && (31)\\
E_t(\epsilon_{t+1}) &= 0 && (32)
\end{aligned}
$$

kde x_t je endogenní vektor stavu, y_t endogenní vektor nepozorovaných proměnných a z_t je vektor exogení stochastické proměnné a šoků:

$$
\begin{aligned}
x_t &= \{\ y_t,\ q_t,\ r_t,\ \pi_t,\ \pi_{F,t},\ r_t^*,\ y_t^*\ \}\\
y_t &= \{\ \psi_t,\ s_t,\ c_t,\ mc_t,\ \pi_{H,t}\ \}\\
z_t &= \{\ a_t,\ \epsilon_t^s,\ \epsilon_t^q,\ \epsilon_t^{\pi_H},\ \epsilon_t^{\pi_F},\ \epsilon_t^r,\ \epsilon_t^{y^*},\ \epsilon_t^{r^*}\ \}
\end{aligned}
$$

- matice systému jsou $A_{3\times7}$, $B_{3\times7}$, $C_{3\times5}$, $D_{3\times8}$, $F_{10\times7}$, $G_{10\times7}$, $H_{3\times7}$, $J_{10\times5}$, $K_{10\times5}$, $L_{10\times8}$ a $N_{10\times8}$
- řešením modelu LRE (29) – (32) získáme rekurzivní pravidlo všeobecné rovnováhy[3] (GE) vyjádřené stavovým modelem

$$
\begin{aligned}
x_t &= Px_{t-1} + Qz_t && (33)\\
y_t &= Ry_{t-1} + Sz_t && (34)
\end{aligned}
$$

- rovnováha popsaná maticemi P, Q, R a S je stabilní

[2] LRE system: systém lineárních racionálních očekávání

[3] Podrobněji Uhlig, H.: A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily. 1995, Discussion paper 101, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Odhad

- Bayesiánská metoda odhadu parametrů – nalezení největší posteriorní hustoty pravděpodobnosti parametrů
- obecně:
  - všechny poznatky (inference) o parametru θ jsou obsaženy v posteriorním rozložení – uplatnění principu věrohodnosti
  - pro i–tý dílčí (partikulární) model platí Bayesův vztah:

    $$p(\theta|Y^T, i) = \frac{L(Y^T|\theta, i)p(\theta|i)}{\int L(Y^T|\theta, i)p(\theta|i)d\theta}$$

    kde:
    $p(\theta|i)$ je priorní hustota pravděpodobnosti
    $L(Y|\theta, i)$ je podmínka věrohodnosti (ML)
  - cíl: najít i–tý model, který maximalizuje posteriorní pravděpodobnost $p(\theta|Y, i)$
- ekonomický model má následující stavovou reprezentaci:

  $$S_{t+1} = \Gamma_1 S_t + \Gamma_2 w_{t+1} \tag{35}$$
  $$Y_t = \Lambda S_t + v_t \tag{36}$$

  kde:

$S_t = \{x_t, y_t\}$	je vektor stavů z rovnic (33) a (34)
Y_t	je vektor pozorovaných proměnných
Γ_1 a Γ_2	jsou matice funkcí tzv. vnitřních modelových parametrů stavové rovnice (35) představující dynamické jádro modelu
Λ	je matice, která definuje vztah mezi pozorovanými proměnými a stavy
w_t	je vektor šoků (inovací)
v_t	je vektor chyb měření rovnice výstupu

- předpoklad o vektorech stochastických proměnných:

  $$w_t \sim N(0, \Xi)$$
  $$v_t \sim N(0, \Upsilon)$$

- funkce věrohodnostni (ML):

$$logL(Y^T|\Theta) = \frac{1}{2}\sum_{t-1}^{T}\left[Nlog2\pi + log|\Omega_{t|t-1}| + \sum_{t-1}^{T} v_t'\Omega_{t|t-1}^{-1}v_t\right] \tag{37}$$

  kde:

$$\begin{aligned}\Theta &= \{\ \Gamma_1,\ \Gamma_2,\ \Lambda,\ \Xi,\ \Upsilon\ \}\\ \Omega_{t|t-1} &= \Lambda'\Sigma_{t|t-1}\Lambda + \Upsilon\\ \Sigma_{t|t-1} &= \Gamma_1\Sigma_{t-1|t-1}\Gamma_1' + \Gamma_2\Xi\Gamma_2'\end{aligned}$$

- $S_0 \sim N(\hat{S}_0, \Sigma_0)$ je zadaná počáteční podmínka stavů, věrohodnostní funkce (37) je řešena Kalmanůvým filtrem

- hledáme i–tý partikulární model, pro který je výraz $\int L(Y^T|\theta, i)p(\theta|i)d\theta$ konstantní, k tomu je třeba kvantifikovat posteriorní hustotu

- posteriorní hustota:
  - kvantifikujme posteriorní hustotu jako proporční konstantu:

$$p(\theta|Y^T) \propto L(Y^T|\theta)p(\theta)$$

  - posteriorní hustota $p(\theta|Y^T)$ sumarizuje informace obsažené ve funkci věrohodnosti $L(Y^T|\theta)$, vážené apriorní hustotou $p(\theta)$
  - výhoda: apriorní hustota může přinést poznatky (inference), které nejsou obsaženy v pozorovaných datech (Y^T)
  - pro posloupnost vzorků $\{\theta^j\}_1^N$ platí:

$$\{\theta^j\}_1^N \sim p(\theta|Y^T)$$

  - dle zákona velkých čísel:

$$E_\theta(g(\theta)|Y^T) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} g(\theta^j)$$

    kde $g(.)$ je vhodně zvolená funkce
  - posloupnost posteriorních vzorků $\{\theta^j\}_1^N$ je představována Markovským řetězcem, který je generován metodou Monte Carlo (MCMC)
  - Markovský řetězec (MC) je generován algoritmem Random Walk Metropolis Hasting

Použitá data

- data: I.Q 1995 – IV.Q 2005
- model je tzv. gapový
- všechna data krom směnných relací (s_t) jsou zadána jako odchylky jednotlivých veličin od jejich dlouhodobého rovnovážného vývoje (gapy)
- mezera celkové inflace je odchylka od vývoje inflačního cíle
- popis použitých dat:

  y_t: *mezera makroekonomické produktivity* domácího reálného HDP, tj. odchylka produktivity reálného HDP na zaměstnanou osobu od vývoje produktivity rovnovážného výstupu

  π_t: *mezera celkové inflace*, tj. odchylka anualizované inflace domácího indexu spotřebitelských cen (CPI) od vývoje inflačního cíle

  $\pi_{F,t}$: *mezera importované inflace*, tj. odchylka anualizované inflace importovaných cen od vývoje jejího dlouhodobého trendu

  r_t: *mezera nominální úrokové sazby*, tj. odchylka domácí jednoroční mezibankovní úrokové sazby od jejího rovnovážného vývoje

  q_t: *mezera reálného směnného kurzu*, tj. odchylka od jeho rovnovážného vývoje

  s_t: *směnné relace* (Competitive Price Index) jsou podíl logaritmu zahraničního CPI a logaritmu domácího CPI bez zahrnutí vlivu importního deflátoru

  y_t^*: *mezera produktivity výkonu zahraniční ekonomiky* v Německu, tj. odchylka zahraniční makroekonomické produktivity reálného HDP (na zaměstnanou osobu) od vývoje produktivity rovnovážného vývoje

  r_t^*: *mezera zahraniční reálné úrokové sazby*, tj. odchylka jednoroční úrokové sazby od jejího rovnovážného vývoje

Výsledky odhadu

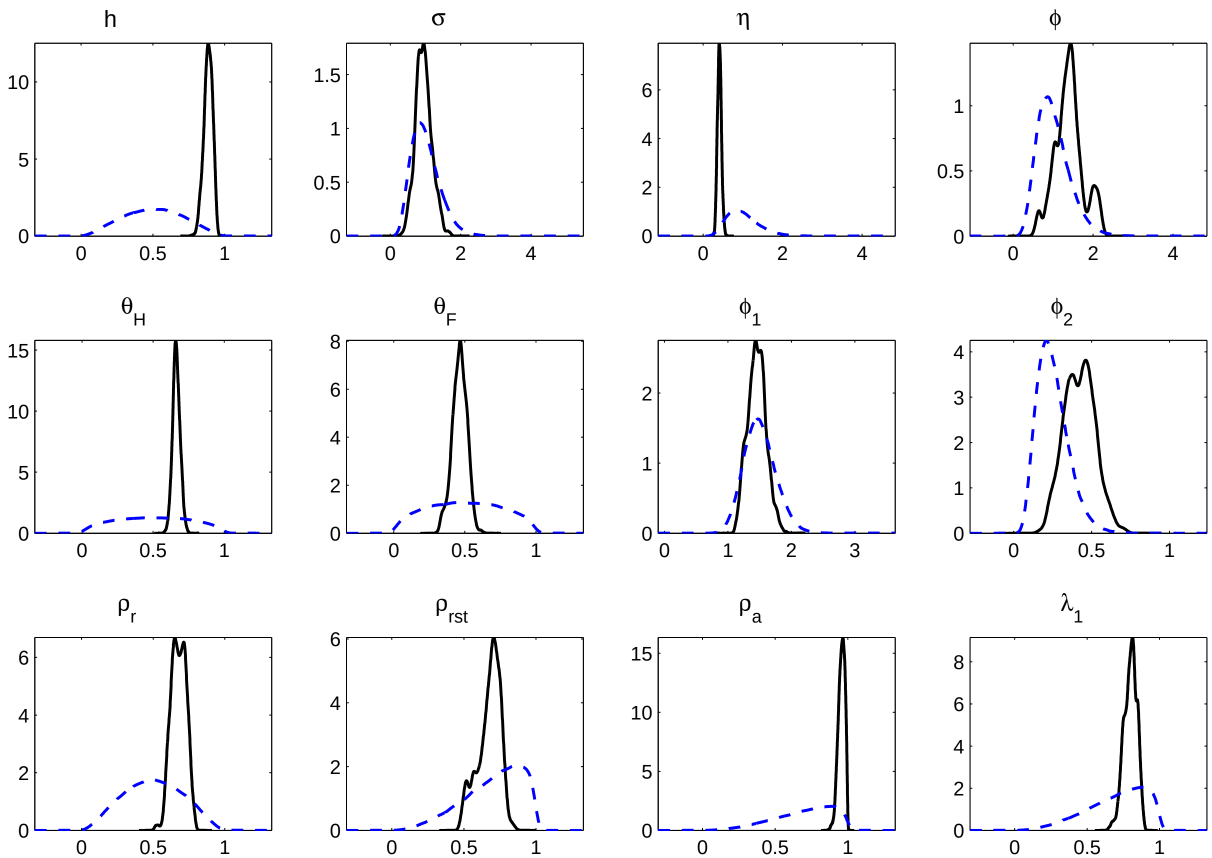
- Markovův řetězec (MC) obsahuje 100 000 generovaných vzorků
- parametry α a β byly fixovány:

$$\alpha = 0.4$$

$$\beta = 0.99$$

- posteriorní odhady parametrů, šoků a jejich intervalů spolehlivosti:

Odhadovaný parametr	**Apriorní střední hodnota**	**Posteriorní median**	**95% posteriorní interval**
h	0.70	0.8868	$\langle 0.8255; 0.9482 \rangle$
σ	0.90	0.9341	$\langle 0.4741; 1.3943 \rangle$
η	1.00	0.4102	$\langle 0.3098; 0.5106 \rangle$
φ	1.00	1.3913	$\langle 0.6920; 2.0905 \rangle$
θ_H	0.50	0.6620	$\langle 0.6089; 0.7150 \rangle$
θ_F	0.50	0.4648	$\langle 0.3613; 0.5683 \rangle$
ϕ_1	1.50	1.4532	$\langle 1.1671; 1.7393 \rangle$
ϕ_2	0.50	0.4241	$\langle 0.2261; 0.6222 \rangle$
ρ_r	0.50	0.6780	$\langle 0.5750; 0.7810 \rangle$
ρ_r^*	0.70	0.6912	$\langle 0.5355; 0.8470 \rangle$
ρ_a	0.70	0.9597	$\langle 0.9140; 1.0054 \rangle$
λ_1	0.70	0.8027	$\langle 0.7133; 0.8920 \rangle$
σ_a	$\langle 0; \infty \rangle$	0.8279	$\langle 0.4462; 1.2096 \rangle$
σ_s	$\langle 0; \infty \rangle$	15.0266	$\langle 11.627; 18.4260 \rangle$
σ_q	$\langle 0; \infty \rangle$	4.2936	$\langle 2.6109; 5.9762 \rangle$
σ_{π_H}	$\langle 0; \infty \rangle$	2.8934	$\langle 2.2088; 3.5779 \rangle$
σ_{π_F}	$\langle 0; \infty \rangle$	6.3781	$\langle 3.6750; 9.0811 \rangle$
σ_r	$\langle 0; \infty \rangle$	2.0063	$\langle 1.3742; 2.6384 \rangle$
σ_{y^*}	$\langle 0; \infty \rangle$	0.3519	$\langle 0.2591; 0.4447 \rangle$
σ_{r^*}	$\langle 0; \infty \rangle$	0.4304	$\langle 0.3227; 0.5380 \rangle$



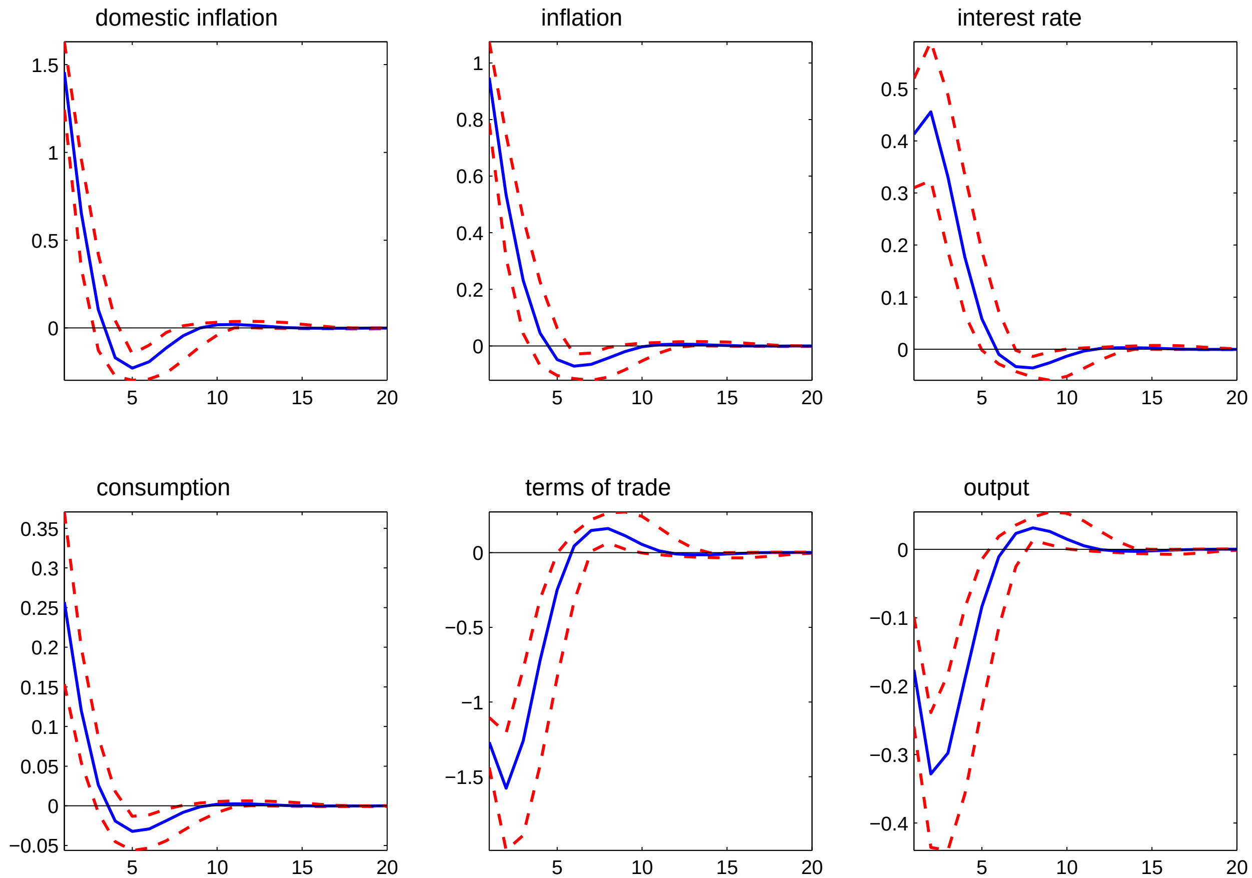
Priorní a posteriorní marginální hustoty parametrů

Odhadnuté strukturální charakteristiky

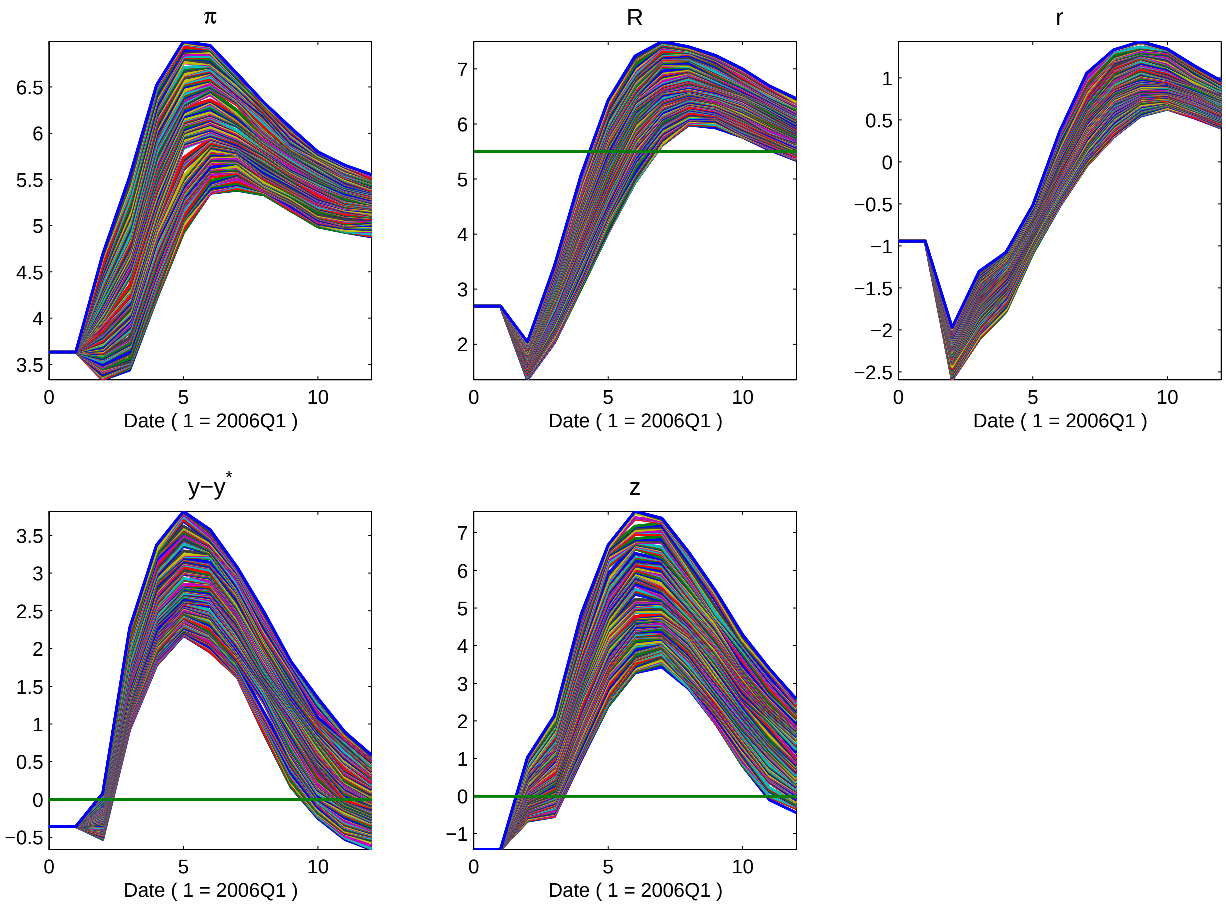
- posteriorní hustota pravděpodobnosti odhadu parametrů je podstatně špičatější než priorní
- relativně vysoký stupeň setrvačnosti ve spotřebě
- nízká míra substituce mezi domácím a zahraničním zbožím
- relativně nízká elasticita nabídky práce
- průměrná doba cenových dohod:
  3 čtvrtletí pro domácí firmy
  2 čtvrtletí pro importéry
- relativně vysoká setrvačnost v používaných technologiích
- modifikované Taylorovo pravidlo:

$$r_t = 0.678\ r_{t-1} + (1 - 0.678)(1.453\ \pi_t + 0.424\ y_t) + \epsilon_t^r$$

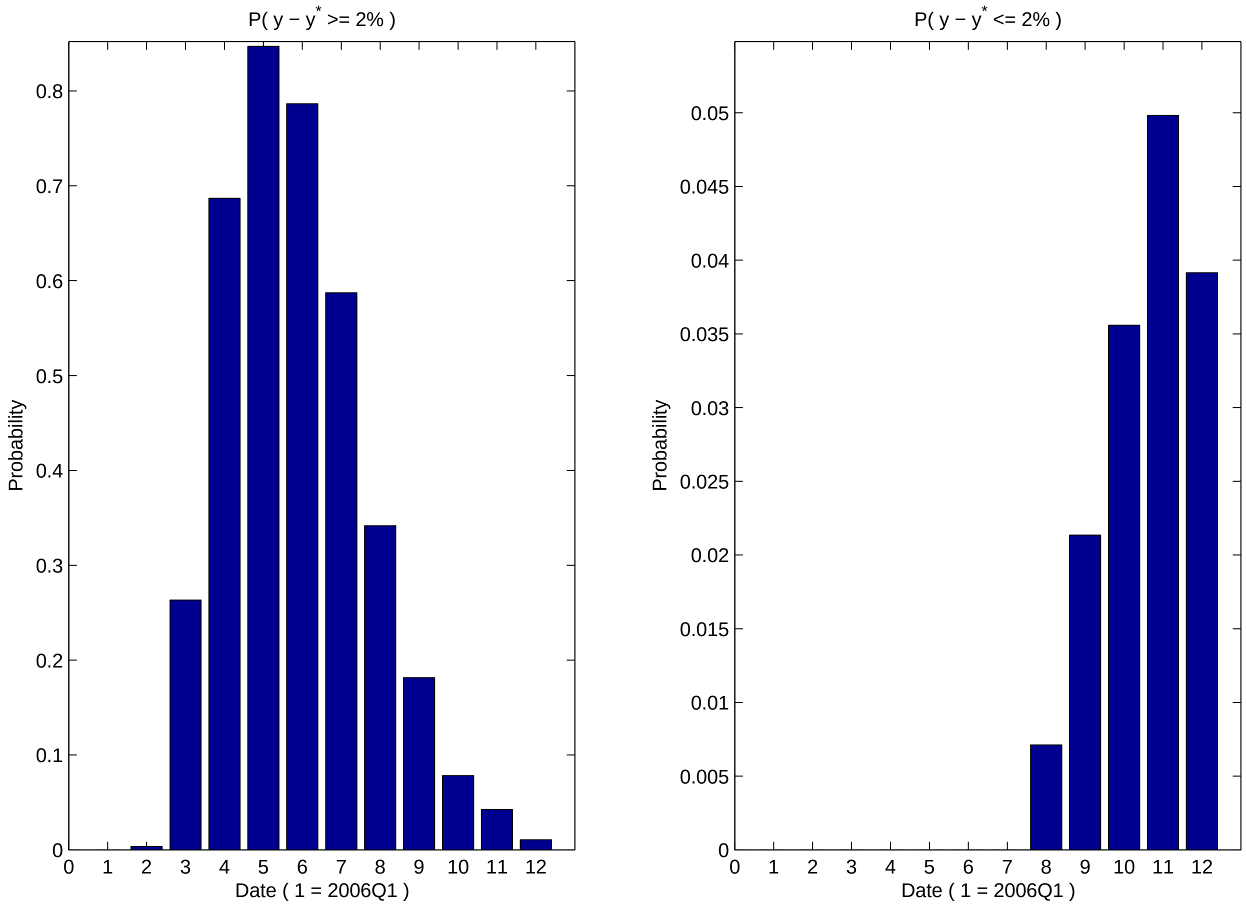
Odezvy modelu a předpověď



Funkce impulzní odezvy na jednotkový šok inflace



Předpověď inflace, nominální a reálné úrokové míry, mezery výstupu a reálného směnného kurzu



Pravděpodobnost výstupu 2 % nad a pod střední předpovědí

Závěr

- špičatější posteriorní hustoty pravděpodobnosti než priorní hustoty (snížená entropie informace)
- odhad parametrů odráží základní charakteristiky české ekonomiky
- dobře kvantifikovavané parametry a míra neurčitosti modelu

Použitá literatura

Gali, J., Monacelli, T.: Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. 2005, Review of Economic Studies.

Liu, P.: A Small New Keynesian Model of the New Zealand Economy. 2005, Working paper, Reserve Bank of New Zealand and The Australian National University.

Liu, P.: A Small New Keynesian Model of the New Zealand Economy. 2006, Working paper, The Australian National University.

Lubik, T., Schorfheide, F.: Do Central Banks Respond to Exchange Rate Movements? A Structural Investigation. 2003, Economics Working Paper Archive 505, Department of Economics, The Johns Hopkins University.