

Modelování rizikovosti úvěrových portfolií

Mgr. Tomáš Němeček
Advanced Risk Management, s.r.o.

Hotel Marriott Prague
21. 5. 2008

Advanced Risk Management, s.r.o.

Advanced Risk Management, s.r.o. je nezávislá společnost, která se specializuje na poradenství, školení a software v oblasti

**identifikace, měření, řízení a systému kontroly
finančních rizik,**

a to pro všechny společnosti, které tato rizika
***vědomě* či *nevědomě* podstupují.**

Advanced Risk Management, s.r.o.

FORMY SPOLUPRÁCE - PORADENSTVÍ

◆ **VYTVOŘENÍ SYSTÉMU pro řízení finančních rizik**, např.

- vytvoření systému pro měření a/nebo řízení rizika:
kreditního, tržního, likvidního, pojistného, operačního a počasí
- pomoc při formulaci a sepsání interních směrnic ve finanční oblasti
- implementace Basel II a Solvency II
- vytvoření interního modelu

◆ **AUDIT řízení finančních rizik**, tj. ověření např.

- způsobu měření a/nebo řízení rizika:
kreditního, tržního, likvidního, pojistného, operačního a počasí
- existence, konzistence, správnosti a dodržování interních směrnic
- způsobu implementace Basel II a Solvency II
- předpokladů, konstrukce a zacházení s interním modelem

Advanced Risk Management, s.r.o.

FORMY SPOLUPRÁCE - ŠKOLENÍ

◆ ŠKOLENÍ

- otevřená školení
- in-house semináře
- individuální coaching v oblasti financí
- e-learningové kurzy na zakázku

Advanced Risk Management, s.r.o.

VYBRANÉ REFERENCE

- ◆ CzechInvest
- ◆ Česká konsolidační agentura
- ◆ Česká pojišťovna a.s.
- ◆ Česká spořitelna, a.s.
- ◆ Českomoravská stavební spořitelna, a.s.
- ◆ ČEZ, a.s.
- ◆ ČMZRB, a.s.
- ◆ HVB Bank Czech Republic a.s.
- ◆ Investiční kapitálová společnost KB, a.s.
- ◆ Komerční banka, a.s.
- ◆ KORDÁRNA, a.s.
- ◆ Národná banka Slovenska
- ◆ OKULA Nýrsko, a.s.
- ◆ OTP Banka Slovensko, a.s.
- ◆ PSJ holding, a.s.
- ◆ Transgas, a.s.
- ◆ Západočeská energetika, a.s.
- ◆ Živnostenská banka, a.s.

Použitá literatura

- ◆ Albrecht P.: Risk Based Capital Allocation; 2003; University of Mannheim
- ◆ CreditMetrics - Technical document, J.P.Morgan, 1997
- ◆ Crosbie, P.J. a Bohn, J.R.: Modeling Default Risk; January 2002; KMV Corporation
- ◆ EU: Directive 2006/48/EC and Directive 2006/49/EC
- ◆ Gordy, M.B.: A Comparative Anatomy of Credit Risk Models; 2000; Journal of Banking and Finance 24
- ◆ Moody's: Default & Recovery Rates of Corporate Bond Issuers. A Statistical Review of Moody's Ratings Performance, 1920-2002; 2003; Moody's Investors Service, New York.
- ◆ Saunders, Anthony: „Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms“, John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- ◆ Vašíček, O.: Probability of Loss on Loan Portfolio; 1987; KMV
- ◆ Vašíček O.: The Distribution of Loan Portfolio Value; 2002; KMV

Obsah semináře

1. Úvod
2. Ekonomický kapitál a Basel II
3. IRB přístup
4. CreditMetrics
5. Srovnání metod na reálném portfoliu

1. Úvod – Co to je úvěrové riziko

- ◆ Podstatou úvěrového (kreditního) rizika je riziko ztráty vyplývající ze selhání (*default*) partnera (dlužníka) tím, že nedostojí včas a v plné výši svým závazkům a tím způsobí držiteli pohledávky ztrátu.
- ◆ Skládá se ze dvou složek:
 - z rizika nesplnění závazku druhou stranou daného odhadem pravděpodobnosti defaultu (PD)
 - z inherentního rizika produktu daného odhadem velikosti ztráty, která nastane nesplněním závazku druhou stranou (LGD)

Proč měřit úvěrové riziko

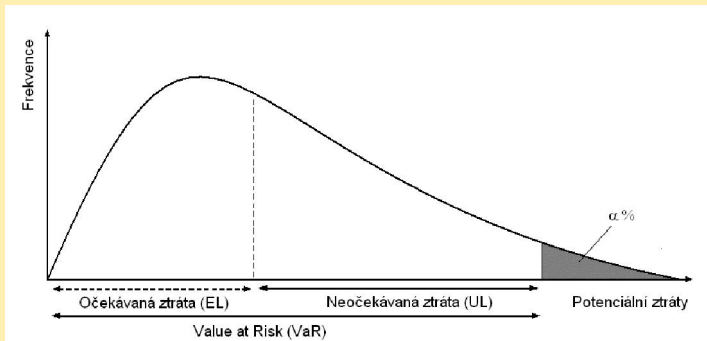
- ◆ Poskytování úvěrů je běžné u všech typů obchodů, u finančních institucí se často jedná o hlavní činnost.
- ◆ Měření a řízení tohoto rizika je nejen pro finanční instituce klíčové, protože jeho špatné měření a řízení může vést k obrovským ztrátám.
- ◆ Příklady:
 - Ztráty v ČR z úvěrového rizika vzniklé během transformace ekonomiky v 90. letech 20. stol. se odhadují na 500 mld. Kč
 - Celosvětové ztráty z hypoteční krize v USA odhaduje Goldman Sachs až na 1,2 bln. USD

2. Ekonomický kapitál

- ◆ Podstatou je změření rizik daného subjektu a stanovení odpovídající úrovně vlastního kapitálu banky (tzv. **ekonomický kapitál - EK**).
- ◆ Povinnost počítat EK je dána regulatorními předpisy (tzv. Basel II), které jsou v EU implementovány ve formě směrnic 2006/48/ES a 2006/49/ES a v ČR ve formě Vyhlášky ČNB č. 123/2007 Sb., o pravidlech obezřetného podnikání bank, spořitelních a úvěrních družstev a obchodníků s cennými papíry.

Ekonomický kapitál – pozadí modelů

- ◆ Celkové rozdělení ztrát z úvěrového portfolia je typicky zdola ohraničeno nulou a má kladnou šikmost.



Ekonomický kapitál je stanoven tak, aby kryl neočekávanou ztrátu. Očekávané ztráty by totiž měly být kryty opravnými položkami $\Rightarrow$ pravděpodobnost, že banka bude po dobu jednoho roku solventní, je pak rovna $1 - \alpha$

3. IRB přístup

- ◆ Přístupů k výpočtu ekonomického kapitálu ke kreditnímu riziku je několik. Jedním z nich je IRB přístup (Internal Rating Based Approach), který vychází z tzv. jednofaktorového modelu.
- ◆ Ekonomický kapitál na hladině 99,9%:

$$EK = EAD \times LGD \times \left(\Phi \left[\sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} G(0,999) + \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} G(PD) \right] - PD \right)$$

EAD ... výše

LGD ... ztráta způsobená defaultem

Φ ... distribuční funkce normovaného normálního rozdělení

G ... inverzní funkce k distribuční funkci Φ

PD ... pravděpodobnost defaultu

ρ ... „korelace“

IRB přístup

Odvození vzorce pro EK I

- ◆ Při odvozování vzorce pro EK se vychází z Mertonova a Vašíčkova modelu (tzv. **jednofaktorový model**). Předpokládejme:
 - úvěrové portfolio obsahuje n úvěrů;
 - každý z těchto úvěrů je ve stejné výši;
 - pravděpodobnost defaultu každého úvěru je stejná (označme ji PD);
 - hodnota firmy i ($i = 1 \dots n$) v čase t se značí jako $A_i(t)$;
 - r_i je konstanta vyjadřující míru výnosnosti aktiv dlužníka i
 - σ_i je volatilita hodnoty aktiv dlužníka i (konstanta)
 - default úvěru i nastane, pokud v čase T hodnota aktiv firmy i (tj. $A_i(T)$) klesne pod hodnotu závazků DP_i .

IRB přístup

Odvození vzorce pro EK II

- ◆ Dynamika vývoje aktiv dlužníků:

$$dA_i(t) = r_i A_i(t) dt + \sigma_i A_i(t) dZ_i(t)$$

$$Z_i(t) = \sqrt{\rho} X(t) + \sqrt{1-\rho} \varepsilon_i(t)$$

- ◆ $X(t)$ – Wienerův proces reprezentující systematický faktor (společný pro všechny dlužníky)
- ◆ $\varepsilon_i(t)$ – Wienerův proces, který se interpretuje jako specifický efekt dlužníka „i“
- ◆ $X(t)$, $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$,... jsou nezávislé a platí:

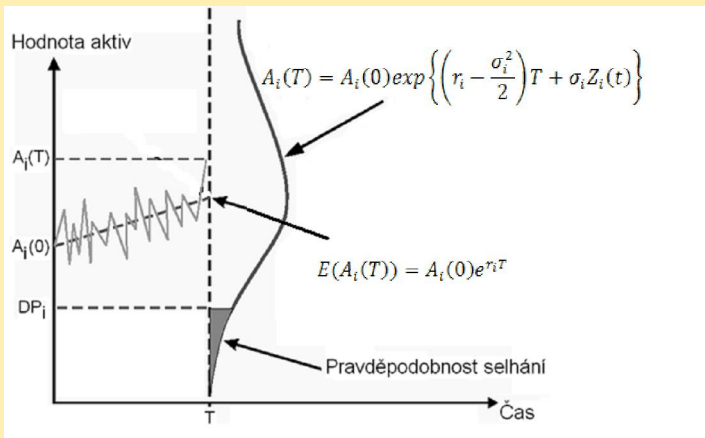
$$\frac{X(T)}{\sqrt{T}}, \frac{\varepsilon_i(T)}{\sqrt{T}}, \frac{Z_i(T)}{\sqrt{T}}, i = 1, \dots, n, \text{ mají normované normální rozdělení}$$

$$\text{corr}(Z_i(t), Z_j(t)) = \rho \text{ pro } i \neq j$$

IRB přístup

Odvození vzorce pro EK III

◆ Potom platí: $\ln A_i(t) = \ln A_i(0) + (r_i - \sigma_i^2/2) t + \sigma_i Z_i(t)$



IRB přístup

Odvození vzorce pro EK IV

- ◆ Dlužník „i“ v čase T defaultuje, pokud hodnota jeho aktiv klesne pod předem danou konstantu:

$$A_i(T) \leq DP_i$$

- ◆ D_i reprezentuje kritickou hodnotu aktiv, při níž firma „i“ není schopna dostát svým závazkům
- ◆ Pro pravděpodobnost defaultu platí:

$$PD = P(A_i(T) \leq DP_i)$$

IRB přístup

Odvození vzorce pro EK V

- ◆ C – náhodná veličina vyjadřující podíl defaultujících úvěrů v portfoliu ($0 \leq C \leq 1$)
- ◆ Na základě uvedených předpokladů lze dokázat, že rozdělení veličiny C je dáno distribuční funkcí F (tzv. Vašíčkovo rozdělení):

$$F(\theta) = \Phi \left(\frac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\sqrt{1-\rho} G(\theta) - G(PD) \right) \right) \quad \text{pro } 0 \leq \theta \leq 1$$

IRB přístup

Odvození vzorce pro EK VI

- ◆ Střední podíl defaultujících úvěrů: $E[C]=PD$
- ◆ Pro náhodnou veličinu L (celková korunová ztráta plynoucí z defaultů za jeden rok) platí:

$$L = EAD_p \times LGD \times C$$

- ◆ **Očekávaná ztráta** za jeden rok:

$$E[L] = EAD_p \times LGD \times E[C] = EAD_p \times LGD \times PD$$

- ◆ **99,9% kvantil L** (kreditní VaR):

$$EAD_p \times LGD \times \Phi \left[\sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} G(0,999) + \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} G(PD) \right]$$

IRB přístup

Odvození vzorce pro EK VII

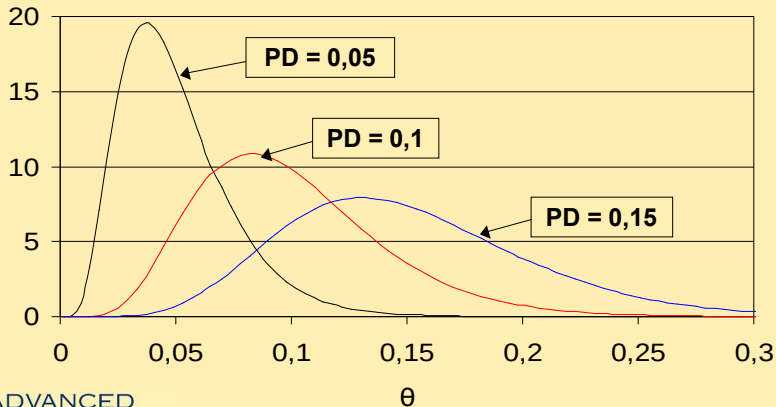
- ◆ Ekonomický kapitál na hladině 99,9% je roven neočekávané ztrátě, tedy rozdílu 99,9% kvantilu a očekávané ztráty:

$$EK = UL = EAD \times LGD \times \Phi \left[\sqrt{\frac{\rho}{1-\rho}} G(0,999) + \frac{1}{\sqrt{1-\rho}} G(PD) \right] - EAD \times LGD \times PD$$

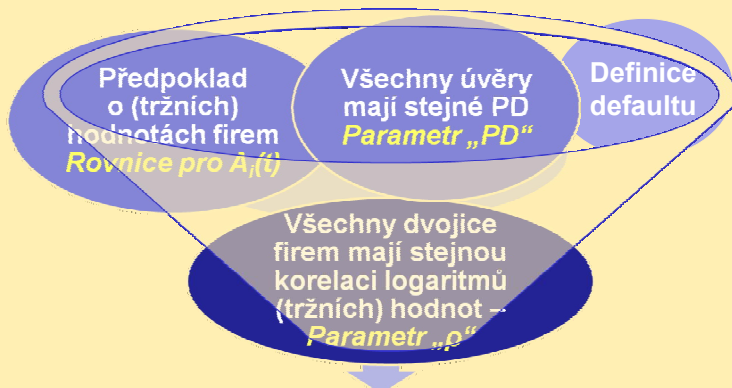
IRB přístup

Odvození vzorce pro EK VIII

Hustota náhodné veličiny C ($\rho = 0,05$)



IRB přístup – shrnutí



Při „velmi velkém“ počtu úvěrů v portfoliu má procentní podíl úvěrů, které budou defaultovat, Vašíčkovo rozdělení (s parametry PD a ρ)

4. CreditMetrics

- ◆ Model CreditMetrics, stejně jako IRB, měří velikost úvěrového rizika na základě metody Value at Risk. Tento model byl vyvinut společností JPMorgan. Při výpočtu se vychází z:
 - informací o dlužníkově ratingu,
 - pravděpodobnosti přechodu mezi ratingovými stupni (včetně defaultu) během daného časového horizontu (např. 1 rok),
 - míry návratnosti (recovery rate) defaultujících úvěrů,
 - výše kreditního spreadu (přirážky) pro jednotlivé ratingové stupně a
 - odhadu korelací mezi všemi dvojicemi dlužníků.

CreditMetrics II

- ◆ Pro výpočet VaR portfolia se využívá simulační metody Monte Carlo, pomocí níž se generuje celkové rozdělení budoucí hodnoty úvěrového portfolia v časovém horizontu, který nás zajímá (1 rok).
- ◆ Z vypočteného rozdělení budoucí hodnoty lze vypočítat míry rizikovosti tohoto portfolia – směrodatnou odchylku a libovolný kvantil (a tedy i úvěrové VaR).
- ◆ Model je založen na stejném předpokladu Mertonova modelu jako jednofaktorový model (IRB přístup) a to, že dynamika vývoje aktiv dlužníků je dána vztahem:

$$dA_i(t) = r_i A_i(t) dt + \sigma_i A_i(t) dZ_i(t)$$

CreditMetrics III

- ◆ Na rozdíl od IRB přístupu se však z vývoje hodnot aktiva neusuzuje pouze na to, zda se dlužník dostal do defaultu, ale i na to, zda se změnil jeho rating (tj. změna hodnoty aktiv způsobí přechod z jednoho ratingu do druhého).
- ◆ Pokud hodnota aktiv překročí určitou mez, změní se rating dlužníka. Tyto meze však pro jednotlivé ratingy nejsou známy. Proto se určí zpětně ze známé matice pravděpodobností přechodu.
- ◆ Využívá se toho, že normalizované výnosy aktiv dlužníka mají normované normální rozdělení (a i sdružené rozdělení výnosů aktiv několika dlužníků je normované normální).

CreditMetrics IV

Matice pravděpodobností přechodu

- ◆ Matice ročních pravděpodobností přechodu (v %) uváděná společností Standard & Poor's:

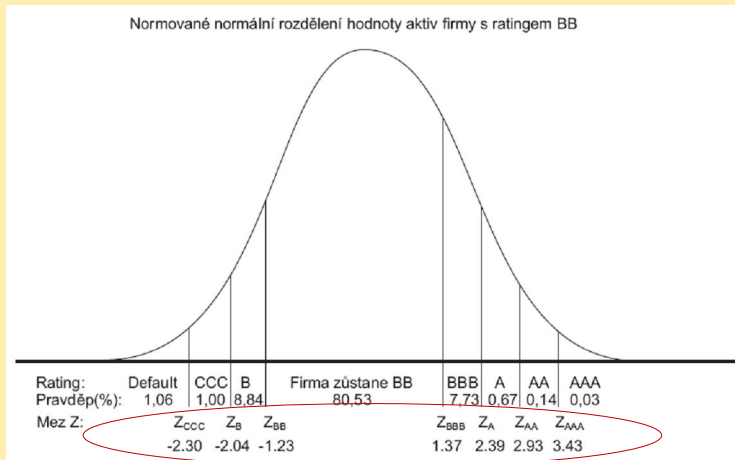
Počáteční rating	Rating na konci roku (%)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Default
AAA	90,81	8,33	0,68	0,06	0,12	0	0	0
AA	0,70	90,65	7,79	0,64	0,06	0,14	0,02	0
A	0,09	2,27	91,05	5,52	0,74	0,26	0,01	0,06
BBB	0,02	0,33	5,95	86,93	5,30	1,17	0,12	0,18
BB	0,03	0,14	0,67	7,73	80,53	8,84	1,00	1,06
B	0	0,11	0,24	0,43	6,48	83,46	4,07	5,20
CCC	0,22	0	0,22	1,30	2,38	11,24	64,86	19,79

Zdroj: Standard&Poor's Credit Week (duben 1996)

CreditMetrics V

Určení mezí pro hodnoty výnosů aktiv

- ◆ Meze hodnot výnosů aktiv pro firmu s ratingem BB:



CreditMetrics VI

Určení budoucí hodnoty dluhu

- ◆ Na základě ratingu, do kterého se firma během roku dostane, se s využitím forwardových sazeb přepočte hodnota dluhu:

$$FV = \sum_{i=0}^{T-1} \frac{CF_i}{(1 + r_i + s_i)^i}$$

- T ... splatnost dluhu, CF_i ... tok z dluhopisu v čase i,
 - r_i ... očekávaná bezriziková forwardová úroková míra,
 - s_i ... roční kreditní spread požadovaný v dané ratingové třídě
- ◆ Pokud se firma dostane do defaultu, je hodnota dluhu určena jako součin velikosti expozice a míry návratnosti (recovery rate - RR).

CreditMetrics VII

Výpočet

- ◆ Modelování (Monte Carlo) rozdělení budoucí hodnoty portfolia lze rozdělit do pěti kroků:
 1. Stanovení mezí pro výnosy z aktiv pro každou ratingovou kategorii
 2. Odhady korelací pro všechny dvojice dlužníků.
 3. Generují se náhodná čísla z mnohorozměrného normovaného normálního rozdělení s danou korelační maticí - scénář pro hodnoty výnosů z aktiv.

CreditMetrics VIII

Výpočet

4. Pomocí hodnoty výnosů z aktiv je každý dlužník zařazen do jedné z ratingových kategorií. Toto zařazení se opakuje pro každý scénář.
5. Přecenění hodnoty portfolia:
 - V případě, že dlužník je zařazen do non-defaultní kategorie, diskontuje se hodnota dluhu pomocí známých forwardových zero křivek.
 - V případě defaultu se dluh přecení na základě známé (odhadnuté) míry návratnosti.

5. Srovnání metod na reálném portfoliu

Vstupní portfolio

- ◆ Výpočet EK bude demonstrován na výběru z korporátního úvěrového portfolia České spořitelny, a.s. z let 2001-2002.
- ◆ Výše jednotlivých expozic byly upraveny, poměry mezi jednotlivými expozicemi však byly zachovány a proto úprava absolutních výší expozic při demonstraci IRB a modelu CreditMetrics nehraje roli.
- ◆ Velikost portfolia je následující:
 - $EAD_{SME} = 25,430$ mld. Kč
 - $EAD_{Corp} = 65,366$ mld. Kč
- ◆ Společnosti zastoupené v portfoliu jsou činné v 15 průmyslových odvětvích.

Srovnání metod na reálném portfoliu II

Výpočet EK – Vstupy

◆ U každé expozice je známo:

- výše expozice,
- úroková sazba, za kterou je úvěr poskytnut
⇒ budoucí cashflow plynoucí z úvěru,
- interní rating – ten je namapován na ratingovou stupnici Moody's ⇒ matice pravděpodobností přechodu ⇒ meze pro výnos aktiv,
- průmyslové odvětví, do kterého dlužník patří
⇒ matice korelací mezi odvětvími je známa (resp. byla odhadnuta ČS)

Srovnání metod na reálném portfoliu IV

Výpočet EK – předpoklady

◆ Předpokládáme:

- LGD ve výši 45% (tj. RR = 55%)
- normalizované výnosy jednotlivých dlužníků mají následující strukturu:

$$r = \sqrt{0,4}r_p + \sqrt{0,6}r_s$$

kde: r_p ... normalizovaný výnos makroekonomiky

r_s ... normalizovaný výnos specifický pro dlužníka

40% výnosů z aktiv dlužníka je vysvětleno makroekonomickými faktory, v tomto případě průmyslovým odvětvím, ve kterém dlužník působí a zbylých 60% je specifických pro daného dlužníka

Srovnání metod na reálném portfoliu V

Výpočet EK – CreditMetrics

◆ Výpočet EK se provede následujícím způsobem:

1. generují se náhodná čísla z mnohorozměrného normovaného normálního rozdělení s korelační maticí průmyslových odvětví $\Rightarrow$ podle podílu (w_i) působení dlužníka v jednotlivých průmyslových odvětvích se vypočte $r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i$, kde $\sum_{i=1}^n w_i = 1$
2. generují se náhodná čísla z normovaného normálního rozdělení $\Rightarrow r_s$
3. na základě mezí pro výnosy z aktiv (stanovených podle matice pravděpodobností přechodu) se stanoví nový rating dlužníka

Srovnání metod na reálném portfoliu V

Výpočet EK – CreditMetrics

4. podle nového ratingu je hodnota dluhu na základě forwardových sazeb přepočtena (pokud je úvěr v defaultu, hodnota dluhu je určena podle RR),
 5. nová hodnota celého portfolia je součtem nových hodnot všech expozic.
- ◆ Počet simulací je 30.000 $\Rightarrow$ rozdělení hodnoty portfolia, na jehož základě je možné vypočítat EK jako míru rizikovosti tohoto portfolia

Srovnání metod na reálném portfoliu VI

Výpočet EK – CreditMetrics

- ◆ Hodnota portfolia (VP) na konci roku za předpokladu, že se rating žádné z expozic nezmění:

$$VP = 90,977 \text{ mld. Kč}$$

- ◆ Ze simulací vychází, že:

Střední hodnota rozdělení hodnoty portfolia je:

$$\mu = 89,338 \text{ mld. Kč}$$

Očekávaná ztráta je tedy:

$$EL = VP - \mu = 1,639 \text{ mld. Kč}$$

0,1% - ní kvantil hodnoty portfolia je:

$$\text{kvantil}(0,1\%) = 78,002 \text{ mld. Kč}$$

neočekávaná ztráta na hladině 0,1% tedy je:

$$\mathbf{EK = UL(0,1\%) = \mu - \text{kvantil}(0,1\%) = 11,336 \text{ mld. Kč}}$$

Srovnání metod na reálném portfoliu VII

Výpočet EK – souhrnné výsledky

- ♦ Výpočet byl proveden ještě dvakrát za předpokladu konstantních korelací mezi jednotlivými odvětvími a to 5% a 20%.

SOUHRNNÉ VÝSLEDKY (v mld. Kč)						
	CreditMetrics			IRB		
	Původní korelace	20% korelace	5% korelace	SME	Corp	SME+Corp
μ	89,338	89,267	89,301			
EL	1,639	1,710	1,676			1,170
kvantil(0,1%)	78,002	82,011	84,067			
EK	11,336	7,256	5,234	1,942	5,369	7,311

Závěr

- ◆ EK podle Basel II se neliší příliš od KP vypočteného dle Basel I. Rozdíl je v alokaci na jednotlivé typy aktiv. Pro SME portfolio je EK vzhledem k objemu expozic pod 8% a ve srovnání s Basel I je menší. U Corp je tomu naopak.
- ◆ Očekávaná ztráta vypočtená modelem CreditMetrics je stabilní (cca 1,65 mld. Kč) a nezávislá na výši korelací.
- ◆ Neočekávaná ztráta (respektive 99,9% kvantil) portfolia je na korelaci poměrně významně závislá a se zmenšující se korelací se zmenšuje ($\Rightarrow$ oceňovací model, který jsme zvolili, funguje v souladu s očekáváním a ekonomickou logikou).

Děkuji Vám za pozornost

... a prosím o Vaše dotazy

Mgr. Tomáš Němeček
Advanced Risk Management, s.r.o.
tel.: 00420-257-290-390
fax: 00420-257-290-473
e-mail: nemecek@arm.cz
www.arm.cz