# VIZUALIZÁCIA HRANIČNEJ PLOCHY VIAC-HODNOTOVEJ PAMÄŤOVEJ BUNKY POUŽITÍM MATLAB-U

*Milan Guzan*, Viktor Špány**, Pavol Galajda**, Radoslav Bučko**

* Katedra teoretickej elektrotechniky a elektrického merania, FEI TU v Košiciach,

** Katedra elektroniky a mutimedálnych telekomunikácií, FEI TU v Košiciach

**Abstrakt**

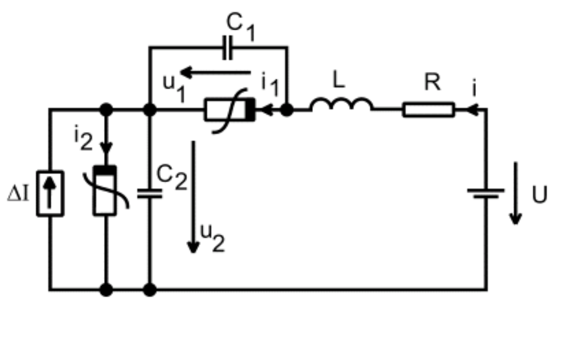
**Príspevok pojednáva o vizualizácii hraničnej plochy viac-hodnotovej pamäte použitím Matlab-u. Aj keď je rovinné zobrazenie stavového priestoru pomocou Mongeovej projekcie jednoznačné, predsa len 3D zobrazenie hraničnej plochy predstavuje lepšiu názornosť rozdelenia stavového priestoru na oblasti príťažlivosti pre jednotlivé atraktory – logické stavy uvedenej ternárnej pamäte. Viacero rezov hraničnou plochou je tak možné kumulovať do jediného obrázku, s ktorým je potom možné v Matlabe ďalej manipulovať kvoli lepšiemu náhľadu na stavový priestor**.

## 1 Úvod

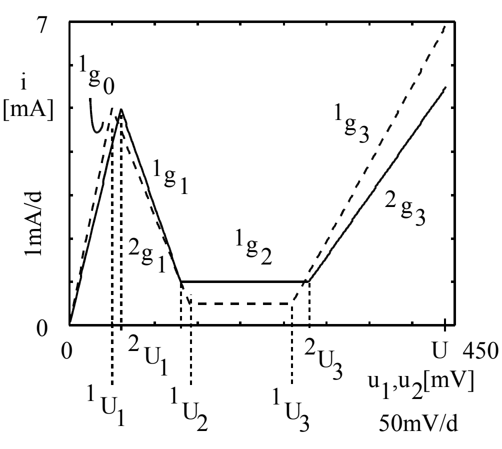
Každá polovodičová pamäť sa vyznačuje oblasťami príťažlivosti pre jednotlivé logické stavy obvodu. V závislosti od počtu parazitných prvkov obsiahnutých v obvodovom modeli elementárnej pamäte je možné obvod opísať dvomi, tromi či viacerými diferenciálnymi rovnicami prvého rádu v normálnom tvare, čím dostávame 2D, 3D či viacrozmerný stavový priestor. V prípade 2D je hranica príťažlivosti pre logické stavy obvodu premietnutá do čiary – separatrixy. V 3D stavovom priestore už sú to plochy, ktoré môžu nadobúdať bizarné tvary. V tomto príspevku sa budeme zaoberať iba plochami zobrazenými v 3D. Ich zobrazenie je možné tiež v 2D pomocou Mongeovej projekcie. Avšak na komplexný pohľad na morfológiu hraničnej plochy (HP) je potrebné zobraziť viacero rezov HP, čím počet obrázkov narastá. Možnosť vizualizácie HP v 3D však ponúka zhrnutie viacerých rezov HP do jediného obrázku, čím výpovedná hodnota obrázku môže byť väčšia ako v prípade rezov HP ilustrovaných Mongeovou projekciou na niekoľkých stranách za predpokladu, že morfológia HP nie je príliš zložitá.

## 2 Elementárna pamäť

Pod pojmom elementárna pamäť rozumieme základný obvod tvoriaci viachodnotovú (MV) pamäť bez ďalších prídavných obvodov. Obvod elementárnej MV pamäte je uvedený na obr.1.




Obr.1 Obvod elementárnej MV pamäte.




Obr.2 V-A charakteristiky RTD

a) prvku (plná čiara) b) záťaže (prerušovaná čiara)

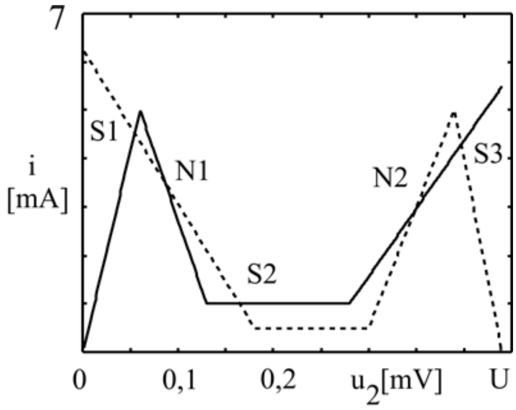
Symboly nelineárnych prvkov zodpovedajú rezonančným tunelovým diódam (RTD).
Obvod na obr.1 môžeme opísať systémom

$$
\begin{aligned}
L\left(\frac{di}{dt}\right) &= U - Ri - (u_1 + u_2) &&\equiv Q_1 \\
C_1\left(\frac{du_1}{dt}\right) &= i - f_1(u_1) &&\equiv Q_2 \\
C_2\left(\frac{du_2}{dt}\right) &= i - f_2(u_2) + \Delta I &&\equiv Q_3
\end{aligned}
\tag{1}
$$

kde charakteristiky nelineárnych prvkov $f_k(u_k)$ (kap. 3.2) sú definované výrazom

$$
\begin{aligned}
f_k(u_k) = {} & \frac{1}{2}\left({}^k g_0 + {}^k g_3\right)u_k + \frac{1}{2}\Big[\left({}^k g_1 - {}^k g_0\right)\left|u_k - {}^k U_1\right| + \\
& \left({}^k g_2 - {}^k g_1\right)\left|u_k - {}^k U_2\right| + \left({}^k g_3 - {}^k g_2\right)\left|u_k - {}^k U_3\right|\Big] - \\
& \frac{1}{2}\Big[\left({}^k g_1 - {}^k g_0\right){}^k U_1 + \left({}^k g_2 - {}^k g_1\right){}^k U_2 + \left({}^k g_3 - {}^k g_2\right){}^k U_3\Big]
\end{aligned}
\tag{2}
$$

pričom ${}^k g_i$ sú vodivosti $k$-tého elementu a ${}^k U_i$ sú zlomové body charakteristík znázornených na obr.2. Ak $k=1$ ide o záťaž, ak $k=2$ ide o prvok. Ich parametre uvádza Tab.1. Priemet VA charakteristík RTD obvodu na obr.1 do roviny $i,u_2$ je ilustrovaný obrázkom 3.




Obr.3 Projekcia VA charakteristík do roviny $i,u_2$ dvoch RTD zapojených do série podľa obr.1.

TAB.1 PARAMETRE RTD AKO PRVKU A ZÁŤAŽE.

| | $g_0$ [S] | $g_1$ [S] | $g_2$ [S] | $g_3$ [S] | $U_1$[mV] | $U_2$ [mV] | $U_3$ [mV] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| prvok | 0,0833 | -0,0571 | 0 | 0,0281 | 60 | 130 | 280 |
| záťaž | 0,1 | -0,05 | 0 | 0,0357 | 50 | 140 | 260 |

Kapacity $C_1$, $C_2$ zahŕňajú kapacitu ekvivalentného obvodu prvkov, prípadne parazitnú kapacitu na čípe. Indukčnosť $L$ predstavuje indukčnosť prívodov k prvkom a rezistorom $R$ vyjadrujeme odpor vodivých spojení na čípe. Napájacie napätie je $U$=440mV a zatiaľ uvažujme $\Delta I$=0. Elementárna pamäť na obr.1 sa vyznačuje tromi stabilnými singularitami S1, S2 a S3, ktoré oddeľujú od seba dve nestabilné singularity N1 a N2 tak, ako to ilustruje obr.3.

V snahe sa čo najviac priblížiť veľkosti parazitných prvkov na čípe boli zvolené hodnoty $C_1$= $C_2$=2,6.10$^{-13}$F, $L$=1.10$^{-10}$H. Ternárna pamäť sa pre tento prípad naozaj vyznačovala tromi oblasťami príťažlivosti – atrakčnými oblasťami (AO). Ďalej však so zvyšucúcim sa $C_1$=$C_2$ sa obvod začal vyznačovať nielen AO pre stabilné singularity S1, S2 a S3 ale aj ďalšími AO, pre analyzovanú pamäť nežiadúcimi stabilnými limitnými cyklami (LC). Počet AO s rastúcimi $C_1=C_2$ pri konštantnom $L=1.10^{-10}$H uvádza Tab.2.

TAB.2 ZVYŠUJÚCI SA POČET ATRAKČNÝCH OBLASTÍ PRI RASTÚCOM $C_1= C_2$ PRI L=$1.10^{-10}$H.

| $C_1=C_2$ [F] | Celkový počet AO | Počet AO pre LC |
|---|---|---|
| $2{,}6.10^{-13}$ | 3 | 0 |
| $2{,}7.10^{-13}$ | 4 | 1 |
| $3{,}3.10^{-13}$ | 5 | 2 |
| $3{,}8.10^{-13}$ | 6 | 3 |

# 3 Normovanie

Charakteristiky nelineárnych prvkov sú aproximované funkciami, ktorých koeficienty majú vo všeobecnom prípade nejaký fyzikálny rozmer, čo môže viesť pri výpočtoch k ďalším ťažkostiam. Často možno nie len zjednodušiť výpočet, ale dať tiež záverom všeobecnejší charakter, ak sa aproximačné funkcie vyjadria v bezrozmernom tvare [1]. Niekedy môže byť ešte výhodnejšie, ak sa všetky veličiny, t.j. tak závislé ako aj nezávislé premenné (prúdy, napätia, magnetické toky, náboje a taktiež čas) znormujú tak, aby mali iba jeden rozmer. To znamená, že sa tieto veličiny násobia alebo delia, takým koeficientom, alebo takou vzťažnou veličinou, aby bol súčin resp. podiel bezrozmerným číslom. Výhoda normovania spočíva v tom, že ak uvažujeme značne rozdielne priebehy týkajúce sa rôznych hodnôt, potom vďaka normovaniu vhodnou vzťažnou veličinou možno dospieť k takmer zhodným charakteristikám. Tým sa naskytá riešiteľovi možnosť neopakovať celý výpočet pre každý konkrétny prípad vždy znovu a zvlášť, ale použiť „normované výsledky“ a cestou prevodových vzťahov ich previesť na výsledky zodpovedajúce konkrétnemu zadaniu. Je však potrebné uviesť, že cieľom normovania nie je len vytvorenie bezrozmerných rovníc, ale predovšetkým geometrická interpretácia partikulárnych riešení v stavovom priestore. Prvýkrát v histórii nelineárnych obvodov postup normovania, použitý ku grafickému integrovaniu partikulárnych riešení zodpovedajúcich systému 3. rádu, dostal publicitu v práci [2]. Postup normovania po ktorom dostávame zo systému (1) systém (3), bol obsahom internej informácie [3]. Takto nenormovanému $u_1$, $u_2$ resp. i zodpovedajú $x_1$, $x_2$ resp $y$.

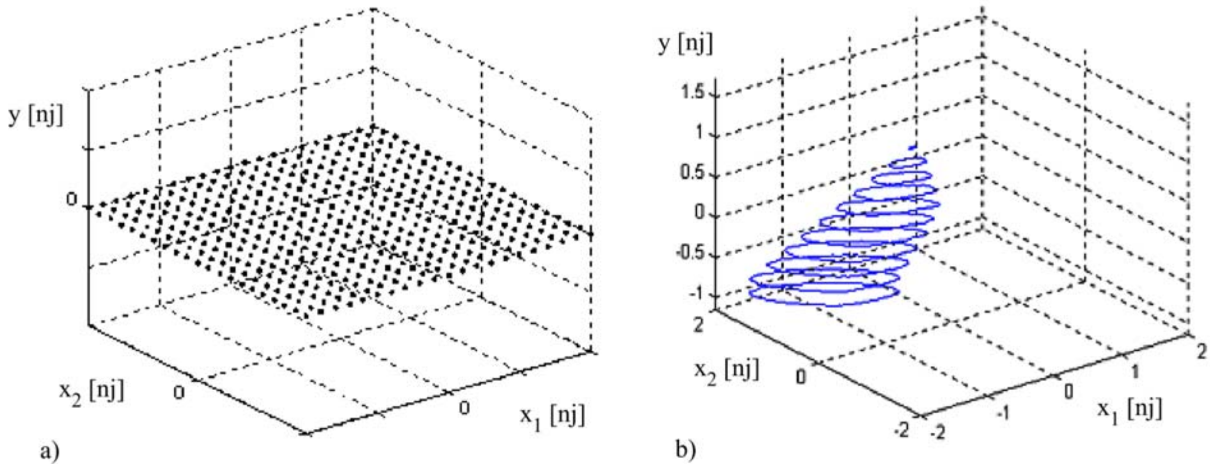
$$\begin{aligned}
\frac{dy}{ds} &= -R_n y - \frac{x_1}{U_2} - x_2 + \frac{X}{U_2} \equiv \phi_1(y, x_1, x_2) \\
\frac{dx_1}{ds} &= y - \varphi_{1n}(x_1) \qquad \equiv \phi_2(y, x_1, x_2) \\
\frac{dx_2}{ds} &= y - \varphi_{2n}(x_2 U_2) \qquad \equiv \phi_3(y, x_1, x_2)
\end{aligned} \tag{3}$$

Vo vzťahu k uvedenému obvodu pamäťovej bunky je hlavnou výhodou normovania to, že normované veličiny $y$, $x_1$, $x_2$ majú rovnaký rozmer - sú bezrozmerné. Rovnaký rozmer je nevyhnutnou podmienkou pre určovanie vzdialeností v stavovom priestore (napr. určenie vzdialenosti od LC resp. singulárneho bodu - SB). Ďalšou výhodou je, že v normovanom priestore je normovaný aj čas, čo zjednodušuje stanovenie časového kroku pri simulácii a v prípade prítomnosti LC je perióda vždy približne $2\pi$.

Okrem grafického riešenia má diskutovaný spôsob normovania veľké prednosti pred ostatnými možnými spôsobmi v tom, že tá najdôležitejšia komparačná hodnota, ktorou je pre každý elektrický obvod napätie zdroja, zostáva tak čo do veľkosti ako aj fyzikálnej veličiny vždy zachovaná. O význame napäťovej dimenzie pre prúd je podrobne diskutované v [4]. Ďalšou výhodou je, že normované charakteristiky nelineárnych prvkov umožňujú odhad spektrálneho obsahu generovaných signálov.

## 4 Hraničná plocha

Pretože uvažovaná MV pamäť na obr.1 je ternárna, budeme očakávať tri AO pre stabilné singularity S1, S2 a S3. Pri viacerých rezoch v 3D si tak môžeme urobiť predstavu o morfológii HP. Existujú rôzne techniky výpočtu HP, ktoré sú opísané v prácach [5] – [8]. Predsa však ako najvýhodnejšia sa javí všeobecná metóda - *technika siete*. Je síce veľmi náročná na čas výpočtu, ale poskytne dokonalý „mikro“ aj „makro“ pohľad do 3D stavového priestoru. Ide o metódu založenú na vytvorení siete začiatočných podmienok pre riešenie sústavy diferenciálnych rovníc v reze stavového priestoru ľubovoľnou rovinou. Príklad siete začiatočných podmienok v rovine $(x_1, x_2)$ pre prúdovú vrstevnicu $y=0$ je uvedený na obr.4a. Podobne je možné vytvoriť siet začiatočných podmienok v rovine $(y, x_2)$ resp. v rovine $(y, x_1)$. Z každého začiatočného stavu je vypočítaná stavová trajektória, ktorá konverguje do určitého SB, prípadne LC. Tým sú zistené oblasti konvergencie AO celej skúmanej siete počiatočných podmienok. Jednotlivé vypočítané siete sú potom použité v programových prostriedkoch, ktoré ich zobrazia v 2D, alebo 3D priestore vo forme tzv. atrakčných oblastí v podobe plôch alebo telies. Príklad postupu rekonštrukcie HP v 3D uvádza obr.4b.




Obr.4 a) Príklad siete začiatočných podmienok v rovine $(x_1, x_2)$ pre $y = 0$.

b) Príklad zobrazenia hranice AO pre S1 v stavovom priestore

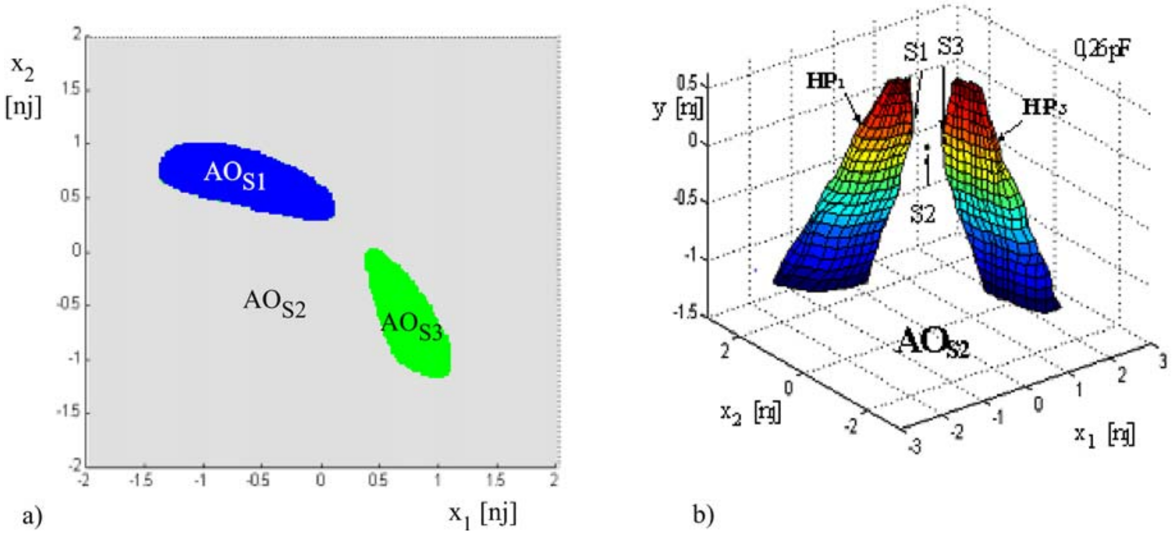
Pre prípady $C_1=C_2$ uvedené v tab.2, bola rekonštruovaná HP použitím funkcií *mesh* a *surface* s použitím dodatočného nastavenia parametrov pre osvetlenie a priehľadnosť 3D objektov [9]. Na zistenie parciálnych rezov HP riešením normovaného systému (2) metódou sietí bola použitá funkcia *ode*. Výsledkom sú potom obr.5 – obr.8, kde obrázky vľavo označené písmenom a) predstavujú jediný zo série rezov pre $y=0$ a obrázky vpravo označené písmenom b) zasa rekonštruovanú HP v 3D. V Matlabe je samozrejmosťou, že s takým 3D modelom HP je možné bezproblémovo manipulovať jednoduchým uchopením 3D objektu a natáčaním.

Z obr.5 sú tak zrejmé dve HP, pričom $HP_1$ oddeľuje singularitu S1 od S2 a $HP_3$ zasa S2 od S3. Je to najjednoduchší prípad a tiež a najžiadanejší z hľadiska spoľahlivého ovládania - prepisu informácie v MV pamäti.

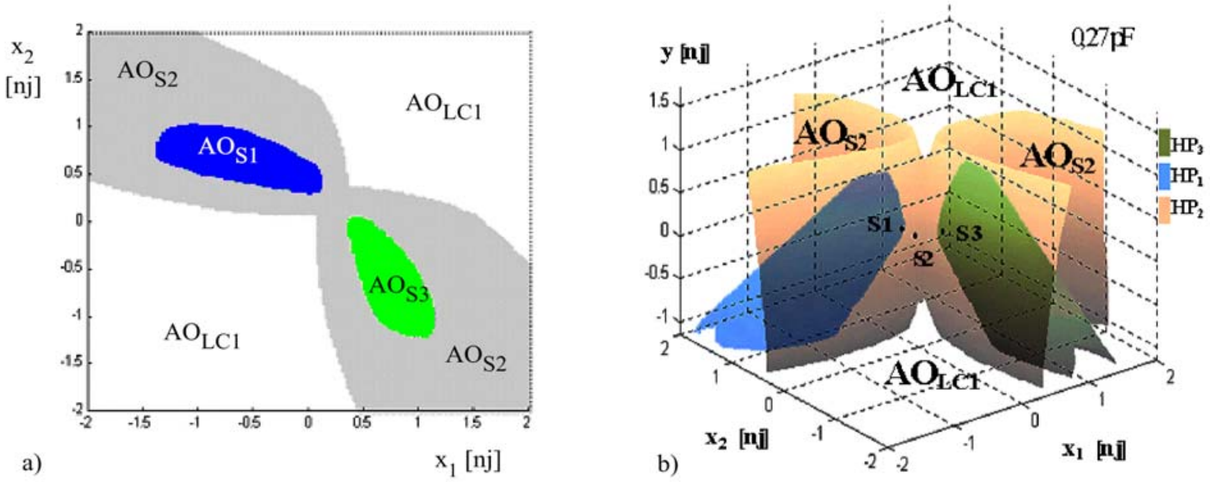
Zložitejší prípad nastal, keď sa $C_1=C_2=2{,}6.10^{-13}$F zvýšilo na $2{,}7.10^{-13}$F – obr.7. Tu sa už obvod vyznačuje na obr.6a štyrmi farebnými oblasťami, pričom $AO_{LC1}$ naznačuje oblasť príťažlivosti pre nežiadúci stabilný limitný cyklus LC1. Prítomnosťou LC1 sa stáva MV pamäť nepoužiteľnou. HP sa prítomnosťou LC1 rozštiepila na dva paraboloidy, čím sa vytvorila $AO_{LC1}$ tak, ako to uvádza obr.6b.

Komplikovanejšia morfológia HP, znovu na úkor veľkosti AO pre S2 - $AO_{S2}$ je uvedená na obr.7 pre $C_1=C_2$=3,3.$10^{-13}$F. Teraz sa pôvodne ternárna MV pamäť vyznačuje až piatimi atraktormi, z toho dva sú oscilatorické - LC1, LC2.

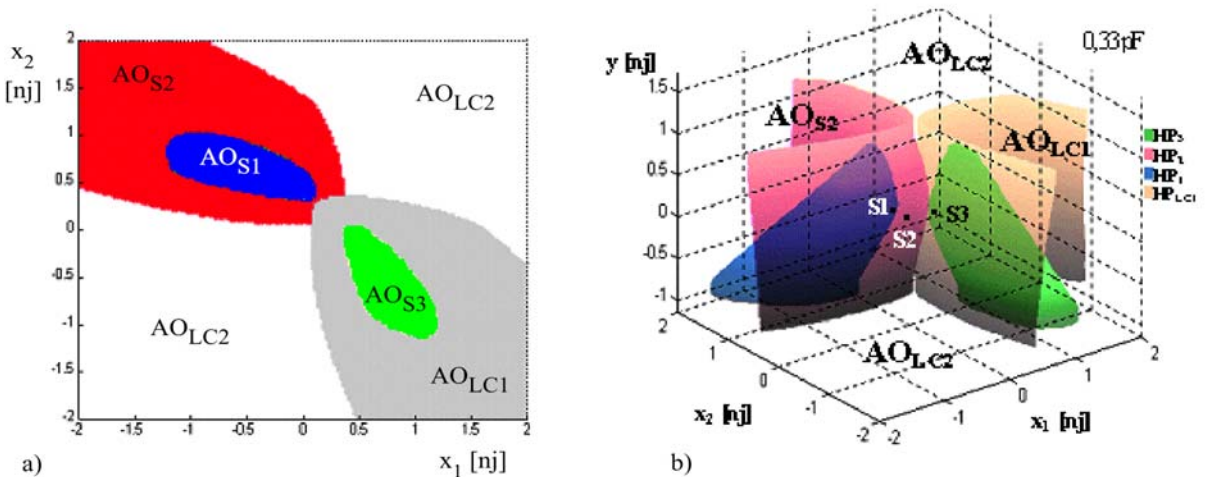
Najzložitejšia morfológia HP je ilustrovaná na obr.8, kedy pri $C_1=C_2$=3,8.$10^{-13}$F sa MV pamäť vyznačuje okrem troch AO pre S1, S2 a S3 aj ďalšími tromi AO pre stabilné limitné cykly – LC1, LC2, LC3. Opäť ako v predchádzajúcich prípadoch novovzniknutá oblasť pre $AO_{LC2}$ vyplnila väčšiu časť $AO_{S2}$. Takto sa $AO_{S2}$ zredukovala na malú, sivú oblasť v stavovom priestore, čo ilustruje obr.8a. V pohľade na obr.8b je malá, sivá oblasť $AO_{S2}$ pohltená inými veľkými AO, ale aj napriek komplikovanému tvaru HP je možné použitím vyššie uvedených Matlabovských funkcií získať ucelený „makro“ pohľad na 3D objekt, ktorý názorne ilustruje rozdelenie väčšiny stavového priestoru analyzovanej elementárnej MV pamäte na rôzne veľké oblasti atraktivity pre jednotlivé či už statické, alebo dynamické atraktory. Na obr.8a, je medzi zelenou a žltou AO ešte aj sivá, ktorá prináleží atraktoru S2. Z tohto obrázku je zrejmé, že v okolí $AO_{S3}$ je akoby atrakčná oblasť pre S2, označená ako $AO_{S2}^*$. Uvedená oblasť vzniká v dôsledku diskretizačnej chyby. Pri zvýšení presnosti t.j. pri znížení hodnoty tolerancie (zníženie *tol=0,00002* o jeden rád, na hodnotu *tol=0,000002*) táto oblasť prechádza na $AO_{LC1}$, teda $AO_{S2}^*$ sa stráca.



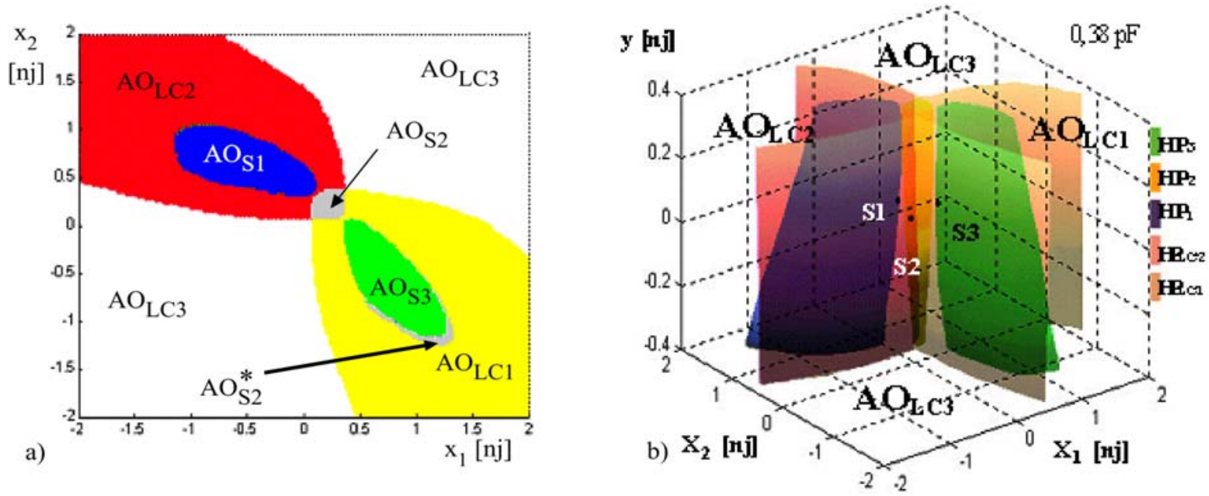

Obr. 5 Sieť pre uvažovaný obvod na obr.1 opísaný normovaným systémom (3) s parametrami $R=0\Omega$, $L=0,1$nH, $C_1=C_2=0,26$pF, s vyznačením AO jednotlivých SB a) prípad plošného zobrazenia AO pre rovinu $y=0$, b) prípad 3D zobrazenia.




Obr. 6 Sieť pre uvažovaný obvod na obr.1 opísaný normovaným systémom (3) s parametrami $R=0\Omega$, $L=0,1$nH, $C_1=C_2=0,27$pF, s vyznačením AO jednotlivých SB a LC a) prípad plošného zobrazenia AO pre rovinu $y=0$, b) prípad 3D zobrazenia.




Obr. 7 Sieť pre uvažovaný obvod na obr.1 opísaný normovaným systémom (3) s parametrami $R=0\Omega$, $L=0,1$nH, $C_1=C_2=0,33$pF, s vyznačením AO jednotlivých SB a LC a) prípad plošného zobrazenia AO pre rovinu $y=0$, b) prípad 3D zobrazenia.




Obr. 8 Sieť pre uvažovaný obvod na obr.1 opísaný normovaným systémom (3) s parametrami $R=0\Omega$, $L=0,1$nH, $C_1=C_2=0,38$pF, s vyznačením AO jednotlivých SB a LC a) prípad plošného zobrazenia AO pre rovinu $y=0$, b) prípad 3D zobrazenia.

## ZÁVER

Vizualizácia hraničnej plochy v 3D, poskytuje lepšiu predstavu o jej morfológii v stavovom priestore. Zároveň umožňuje „komprimovať" celú sériu rezov v rovine uvedených vo väčšom, či menšom počte obrázkov do jediného obrázka, z ktorého je zrejmé priestorové rozdelenie stavového priestoru na jednotlivé atrakčné oblasti. Ak nastane prípad podobný ako je malá sivá oblasť pre S2, zobrazená na obr.8a, je možné kvoli lepšiemu zobrazeniu a zviditeľneniu $AO_{S2}$:

- zobraziť detail zobrazenia HP opätovným vypočítaním série rezov HP s tým, že hranice normovaných stavových veličín $x_1$, $x_2$ a $y$ budú menšie,
- využiť prostriedky virtuálnej reality tak, aby bol možný pohyb pozorovateľa medzi jednotlivými atrakčnými oblasťami. Túto variantu však zatiaľ Matlab, podľa nám dostupných informácií neumožňuje.


POĎAKOVANIE

Európska únia

*Podporujeme výskumné aktivity na Slovensku/ Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ. Tento článok bol vypracovaný v rámci projektu "Centrum excelentnosti integrovaného výskumu a využitia progresívnych materiálov a technológií v oblasti automobilovej elektroniky", ITMS 26220120055.*

a projektu:

„Centrum informačných a komunikačných technológií pre znalostné systémy (číslo projektu: 26220120020) na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja.

## Literatúra


[1] ŠPÁNY, V.: *Počitačová simulácia dynamických vlastností pamäťovej bunky.* Elektrotechnický časopis, roč. 38, 1987, č. 8, s. 585-608.

[2] ŠPÁNY, V.: *Graphical Solution of the Nonlinear Circuit with the Help of the m-dimensional State Space.* Elektrotechnický časopis, No. 4, 1969, pp. 233-248.

[3] ŠPÁNY, V.: *The Normalization of the State Space Variables Connected with the MVL Memory.* Internal information on the Department of Electronics and multimedia telecommunications, 1999, pp. 1-2.

[4] ŠPÁNY, V.: *Komplexná analýza obvodu s tunelovou diódou.* Elektrotechnický časopis, 1967.

[5] ŠPÁNY, V., PIVKA, L.: *Boundary surfaces in sequential circuits.* International Journal of circuit theory and applications, vol.18, 1990, No.4, p.349-360.

[6] ŠPÁNY, V., PIVKA, L.: *Invariant Manifolds in sequential circuits.* Elektrotechnický časopis, roč.42, 1991, č.6, p. 281-293.

[7] ŠPÁNY, V., PIVKA, L.: *2-Segment Bistability and Basin Structure in 3-Segment PWL Circuits.* IEE Proceedings-G, Vol. 140, 1993, No. 1, p. 61-67.

[8] PIVKA, L., ŠPÁNY, V.: *Boundary Surfaces and Basin Bifurcations in Chua's Circuit. Journal of Circuits,* Systems and Computers, Vol. 3, 1993, No. 2, p. 441-470.

[9] GALAJDA, P.: *Dynamické vlastnosti nelineárnych systémov.* Habilitačná práca. FEI TU Košice, február 2002, s.1-137. 2003


---


Ing. Milan Guzan, PhD.
Katedra teoretickej elektrotechniky a elektrického merania, FEI TU v Košiciach, Park Komenského 3, 042 00 Košice, milan.guzan@tuke.sk, ++421 55 602 28 74

prof. Ing. Viktor Špány, DrSc.
Katedra elektroniky a mutimedálnych telekomunikácií, FEI TU v Košiciach , Park Komenského 13, 041 20 Košice, viktor.spany@tuke.sk, ++421 55 602 28 64

doc. Ing. Pavol Galajda, CSc.
Katedra elektroniky a mutimedálnych telekomunikácií, FEI TU v Košiciach , Park Komenského 13, 041 20 Košice, pavol.galajda@tuke.sk, ++421 55 602 41 69

Ing. Radoslav Bučko
Katedra teoretickej elektrotechniky a elektrického merania, FEI TU v Košiciach, Park Komenského 3, 042 00 Košice, radoslav.bucko@tuke.sk, ++421 55 602 27 06