ANALÝZA AKTÍVNÉHO RIADENIA ODPRUŽENIA NA CELOM MODELI AUTOMOBILU

Ing. Monika Zuščíková, doc. Ing. Cyril Belavý, CSc.

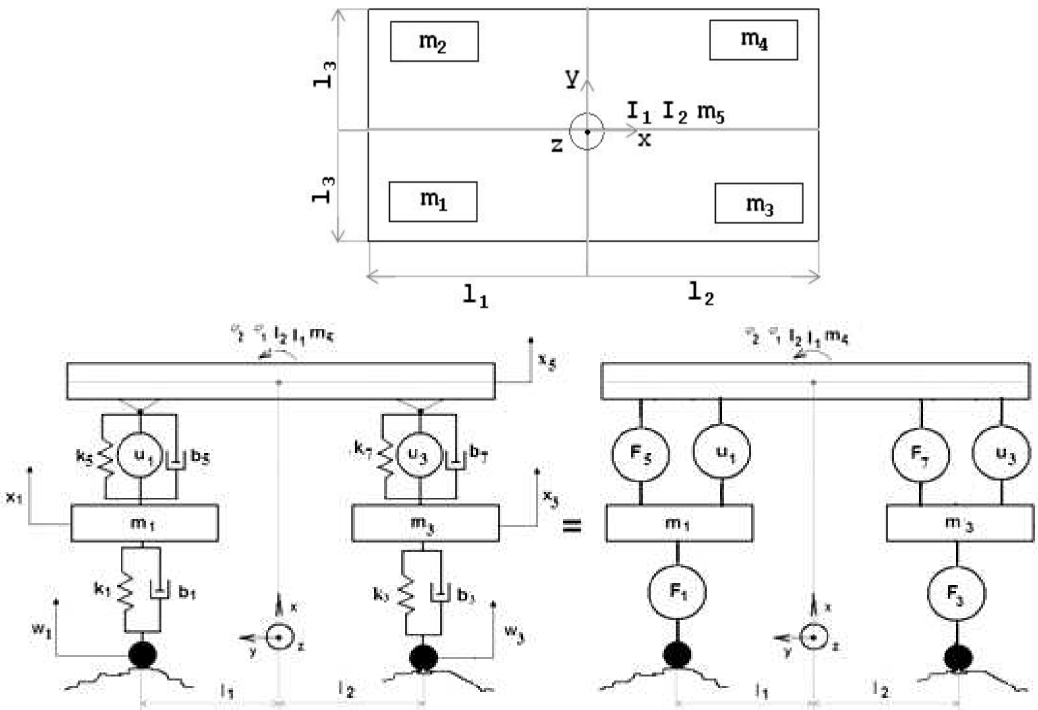
Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta, Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1

Abstrakt

Článok sa zaoberá analýzou aktívneho riadenia na zjednodušenom celom modeli vozidla pomocou LQG regulátora s využitím náhradných lineárnych modelov implementovaných do simulačného modelu. Pri optimálnom riadení má zásadný vplyv na konečné zosilnenie spätnoväzbového regulátora a tým aj výsledné vlastnosti odpruženia vhodná voľba váhových koeficientov. V tomto prípade sú určené na základe H_2 a H_∞ noriem. V práci je riešená tiež úloha minimalizácie počtu snímačov a ich vhodného rozmiestnenia na vozidle. Pri riešení uvedených úloh je využité softvérové prostredie Matlab s Control System Toolboxom.

1 Zjednodušený matematický model celého vozidla

Na analýzu riadenia odpruženia sme použili zjednodušený model celého vozidla *Obr.1*, prostredníctvom ktorého sa dá sledovať dynamika vozidla z hľadiska kmitania karosérie vo vertikálnom smere a pritom zohľadniť i rotačné kmitanie karosérie okolo priečnej a pozdĺžnej osi vozidla.



Obr. 1: Zjednodušený model celého vozidla

Pri vytváraní matematického modelu sme zvolili metódu používanú pri tvorení MKP štruktúr a v Matlabe sme ju realizovali prostredníctvom nami zadefinovanej funkcie. Pohybová rovnica má tvar

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{T}_{Fx}\mathbf{f}_B+\mathbf{T}_{Fx}\mathbf{f}_K=\mathbf{T}_{Fu}\mathbf{f}_u \tag{1}$$

Silový element je tvorený pružinou a tlmičom tzv. Kelvin - Voigt elementom a ich vektory síl môžeme vyjadriť ako

$$\mathbf{f}_B=\mathbf{B}_d\mathbf{T}_{Fx}^T\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{B}_d\mathbf{T}_{Fw}^T\dot{\mathbf{w}} \qquad \text{a} \qquad \mathbf{f}_K=\mathbf{K}_d\mathbf{T}_{Fx}^T\mathbf{q}-\mathbf{K}_d\mathbf{T}_{Fw}^T\mathbf{w} \tag{2}$$

potom platí

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{q}}+\left(\mathbf{T}_{Fx}\mathbf{B}_d\mathbf{T}_{Fx}^T\right)\dot{\mathbf{q}}+\left(\mathbf{T}_{Fx}\mathbf{K}_d\mathbf{T}_{Fx}^T\right)\mathbf{q}=\mathbf{T}_{Fu}\mathbf{f}_u+\left(\mathbf{T}_{Fx}\mathbf{B}_d\mathbf{T}_{Fw}^T\right)\dot{\mathbf{w}}+\left(\mathbf{T}_{Fx}\mathbf{K}_d\mathbf{T}_{Fw}^T\right)\mathbf{w} \tag{3}$$

kde $\mathbf{M}_d$, $\mathbf{K}_d$, $\mathbf{B}_d$ sú diagonálne matice

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_d&=diag\left(\left[m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad I_1 \quad I_2\right]\right)\\ \mathbf{B}_d&=diag\left(\left[b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6 \quad b_7 \quad b_8\right]\right)\\ \mathbf{K}_d&=diag\left(\left[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad k_5 \quad k_6 \quad k_7 \quad k_8\right]\right)\end{aligned} \tag{4}$$

$\mathbf{T}_{Fx}$ je transformačná matica prevodu silových pôsobení $\mathbf{f}$ od silových elementov na jednotlivé telesa sústavy, $\mathbf{T}_{Fw}$ maticu prevodu silového pôsobenia silových elementov na kinematické budenie (vozovku) a $\mathbf{T}_{Fu}$ je matica externých vstupných síl $\mathbf{f}_u$ na telesa sústavy.

$$\mathbf{T}_{Fx}=\begin{bmatrix}-1&0&0&0&1&0&0&0\\0&-1&0&0&0&1&0&0\\0&0&-1&0&0&0&1&0\\0&0&0&-1&0&0&0&1\\0&0&0&0&-1&-1&-1&-1\\0&0&0&0&l_1&l_1&-l_2&-l_2\\0&0&0&0&-l_3&l_3&-l_3&l_3\end{bmatrix},\ \mathbf{T}_{Fu}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&-1&-1&-1\\l_1&l_1&-l_2&-l_2\\-l_3&l_3&-l_3&l_3\end{bmatrix},\ \mathbf{T}_{Fw}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix} \tag{5}$$

Vektory síl a vektory absolútnych výchyliek boli usporiadané nasledovne

$$\begin{aligned}&\mathbf{q}=\left[x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad \varphi_1 \quad \varphi_2\right]^T, && \mathbf{u}=\left[u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4\right]^T\\ &\mathbf{w}=\left[w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4 \quad \dot{w}_1 \quad \dot{w}_2 \quad \dot{w}_3 \quad \dot{w}_4\right]^T, && \mathbf{f}=\left[F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4 \quad F_5 \quad F_6 \quad F_7 \quad F_8\right]^T\end{aligned} \tag{6}$$

Pre syntézu regulátora a simuláciu systémov je výhodné transformovať rovnicu (3) do stavového priestoru podľa štandardného postupu s využitím identity vektorov. Na vyjadrenie výchyliek sme použili relatívne súradnice.

$$\dot{\mathbf{x}}_{abs}(t)=\mathbf{A}_{abs}\mathbf{x}_{abs}(t)+\mathbf{B}_{abs}\mathbf{u}(t)+\mathbf{G}_{abs}\mathbf{w}_{abs}(t) \tag{7}$$

Aby sa stavový zápis matematického modelu vozidla dal použiť pre syntézu optimálneho regulátora**,** potrebujeme transformovať systém z absolútnych súradníc do súradníc, kde výchylky sú relatívne voči výchylkám vozovky. Táto transformácia súradnicového systému sa vykoná prostredníctvom nasledovných vzťahov:

$$\mathbf{A}_p=\mathbf{T}_r\mathbf{A}_{abs}\mathbf{T}_r^{-1},\quad \mathbf{B}_p=\mathbf{T}_r\mathbf{B}_{abs},\quad \mathbf{G}_p=\mathbf{T}_r\mathbf{G}_{abs},\quad \mathbf{C}_p=\mathbf{C}_{abs}\mathbf{T}_r^{-1},\quad \mathbf{D}_p=\mathbf{D}_{abs},\quad \mathbf{H}_p=\mathbf{H}_{abs} \tag{8}$$

kde $\mathbf{T}_r$ je potrebná transformačná matica a zostavíme ju pomocou už vytvorenej matice $\mathbf{T}_{Fw}$

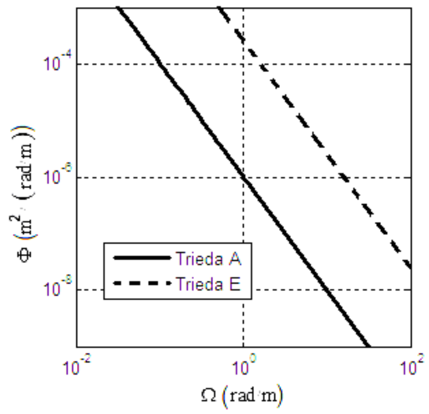
$$\mathbf{x}_r=\mathbf{T}_r\mathbf{x}, \qquad \mathbf{T}_r=\left[\mathbf{I} \quad -\mathbf{T}_{Fw}^T\right]. \tag{9}$$

Matematický model mechanickej sústavy sme modelovali pomocou nami vytvorenej funkcie, do ktorej vstupovali matice (4) a (5).

2 Náhradné lineárne modely

2. 1 Model vozovky a jej štatistické vlastnosti

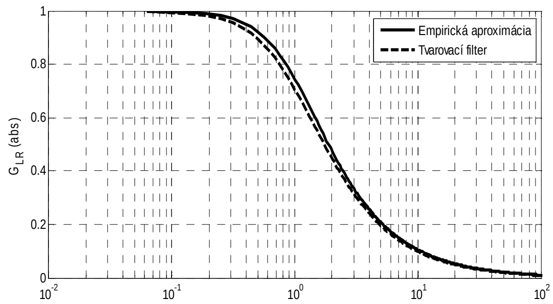
Vychádzali sme z normy ISO 8608, kde sú definované rôzne typy vozoviek. Konkrétny typ vozovky môžeme interpretovať prostredníctvom integrovaného bieleho šumu, ktorý má intenzitu o veľkosti rovnej spektrálnej výkonovej hustote (SVH) uvažovanej vozovky. Na vyjadrenie tejto závislosti postačuje použitie prenosovej funkcie prvého rádu.



Obr. 2: Priebeh SVH signálu získaného použitím tvarového filtra

2. 2 Previazanosť ľavej a pravej stopy vozovky

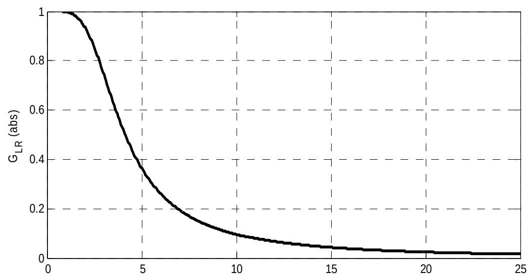
Tvarovací filter prvého rádu dostatočne presne aproximuje koreláciu nerovnosti medzi pravou a ľavou stopou vozovky, vzhľadom na meniacu sa dĺžkovú frekvenciu nerovnosti.



Obr. 3: Priebeh empirickej koherenčnej funkcie pre ľavú a pravú stopu vozovky a odozva náhradného tvarovacieho filtra

2. 3 Model obmedzujúci funkčnosť aktuátora

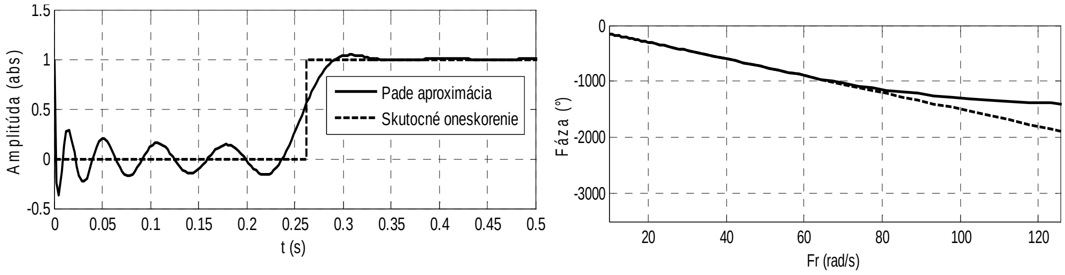
Aktuátory používané na dosiahnutie požadovaného akčného zásahu sú schopné riadiť dynamiku len zhruba do 5 Hz. Toto obmedzenie sme vyjadrili prostredníctvom dolno-pásmového filtra napr. druhého rádu, kde frekvenčná odozva má nasledovný tvar



Obr. 4: Frekvenčná odozva modelu vyjadrujúceho obmedzenie aktuátora v systéme aktívneho odpruženia vozidla.

2. 4 Padého aproximačný filter časového oneskorenia

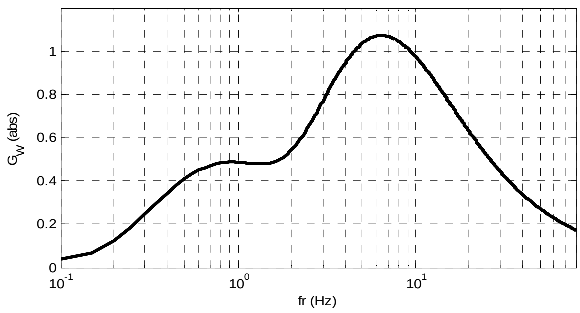
Tento filter sme použili na vyjadrenie časového oneskorenia budiaceho signálu zadnej nápravy voči prednej. Na *Obr. 5* je zobrazená odozva Padého filtra 10-teho rádu na jednotkový skok.



Obr. 5: Porovnanie pomocou odozvy na jednotkový skok signálu získaného prostredníctvom Padého aproximačného filtra 10-teho rádu so skutočne oneskoreným signálom

2. 5 Váhovací filter zrýchlení

Tento filter sme použili na vyjadrenie zrýchlenia pôsobiaceho na ľudský organizmus vo vertikálnom smere kmitania.



Obr. 6: Frekvenčná odozva prenosovej funkcie vážiaceho filtra zrýchlenia pôsobiaceho na posádku vozidla.

Jednotlivé náhradné lineárne modely sme prepísali do stavového priestoru a zahrnuli do výsledného simulačného modelu.

3 Optimálne riadenie

3.1 Lineárny optimálny regulátor LQR

Cieľom LQ riadenia je nájsť hodnoty matice zosilnenia **K**, tak aby sa dosiahlo minimum kriteriálnej funkcie, čo sme realizovali v Matlabe pomocou funkcie **lqry**.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left[\mathbf{y}^T(t)\mathbf{Q}\,\mathbf{y}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\,\mathbf{u}(t)\right] \tag{10}$$

Súčasťou kriteriálnej funkcie je jej váhovacia matica **Q**, prostredníctvom ktorej vieme zvýrazniť dôležitosť jednotlivých optimalizovaných kritérií. Rovnako sa v rovnici nachádza i penalizačná matica **R** aktívnych silových účinkov **u**. Pri výpočte je nevyhnutné, aby systém bol riaditeľný.

3.2 Lineárny optimálny odhadca stavových veličín LQE

V podstate ide o špeciálny prípad Kalmanovho filtra, tzv. stacionárny Kalmanov filter, ktorým na základe meraných veličín môžeme odhadnúť zvyšné nemerateľné stavové veličiny. Stavový model filtra sa vyjadruje rovnica

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\,\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\left(\mathbf{y}_e(t) - \hat{\mathbf{y}}_e(t)\right) \tag{11}$$

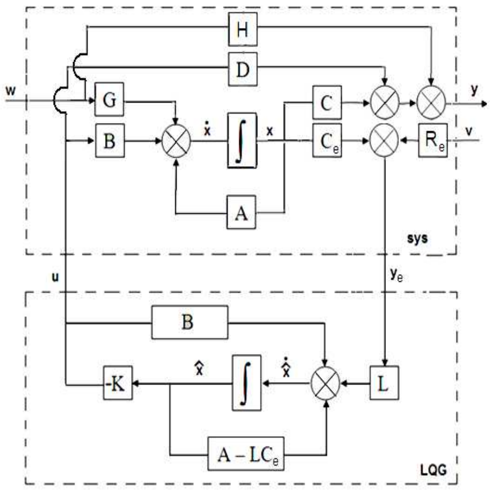
kde hľadaná matica **L** má zabezpečovať minimálnu hodnotu rozptylu odchýlky medzi odhadnutím a skutočným stavom modelu. V Matlabe sme na jej výpočet použili funkciu **lqew**.

3.3 Lineárny kvadratický Gaussovský (LQG) regulátor

Používa sa na návrh optimálneho dynamického regulátora v prípade, ak máme neúplne informácie o stave t.j., ak nie sú merateľné všetky stavové veličiny. V podstate ide o doplnenie systému s optimálnym regulátorom o stacionárny Kalmanov filter, kde spätná väzba je realizovaná vo forme

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}(t) \qquad (12)$$

Na matematický popis systému riadeného prostredníctvom LQG sme použili rovnice (14 a 15), pričom výstupom boli pôvodné optimalizované veličiny.



Obr. 7: Bloková schéma LQG regulátora

$$\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A} & -\mathbf{B}\ \mathbf{K}\\ \mathbf{LC_e} & \mathbf{A}-\mathbf{B}\ \mathbf{K}-\mathbf{LC_e}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{G}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}[\mathbf{w}] + \begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{R}_e\end{bmatrix}[\mathbf{v}] \qquad (13)$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{DK}]\begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{H}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}[\mathbf{w}] \qquad (14)$$

4 Výpočet globálne vyhovujúcich váhujúcich konštánt LQG regulátora

Pretože syntéza LQG regulátora je založená na minimalizácii rozptylu odozvy optimalizovaných veličín, dá sa predpokladať, že riadený systém má spĺňa kritéria H_2 normy (16). Pre správnu funkciu odpruženia je však veľmi dôležité, aby hodnoty maximálnych amplitúd vyhodnocovaných signálov nepresahovali vopred zadefinované maximum. Kritérium minimalizácie maximálnej amplitúdy odozvy sa nazýva i ako H_∞ norma (17).

$$\|H_j\|_2 = \sqrt{(\mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T)} \qquad (15)$$

$$\|H_j\|_\infty = \max(y_j)\,. \qquad (16)$$

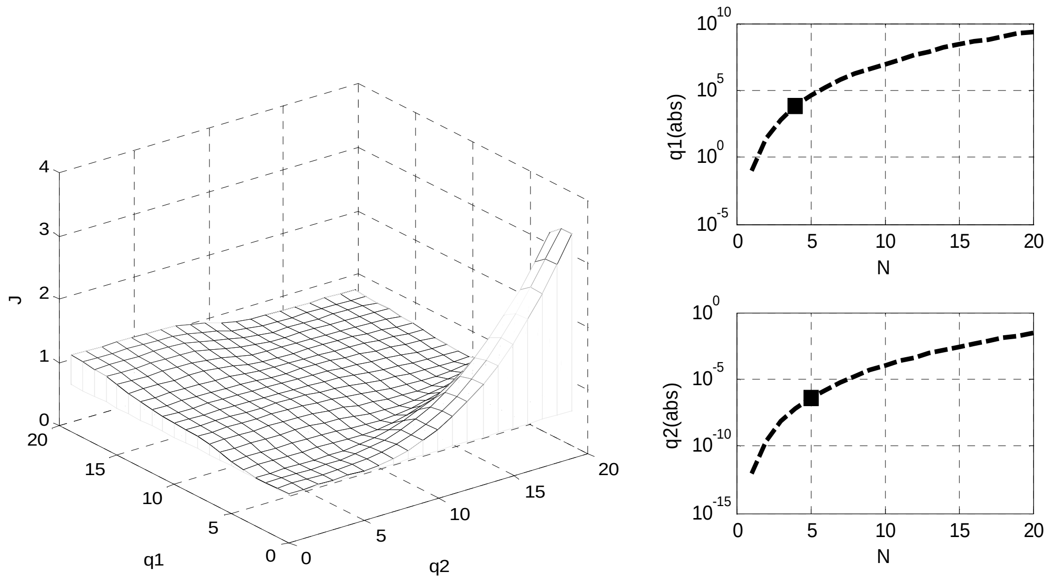
Pretože potrebujeme vyhodnotiť kombinované kritérium, ktoré zohľadní súčasne všetky optimalizované veličiny (zrýchlenie, pracovný priestor odpruženia, dynamickú silu pneumatiky a veľkosť akčného zásahu) prostredníctvom obidvoch noriem, tak je vhodné jednotlivé kritéria dodatočne znormovať vzhľadom k vopred zvolenej kritickej hodnote.

$$J_{H_2 j} = \frac{\sqrt{(\mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T)}}{\sqrt{y_{jkrit}^2 i}} \tag{17}$$

Na získanie globálneho kritéria všetky matice spočítame a podelíme ich hodnotou $2j$

$$\mathbf{J}_v = \frac{\sum_j \mathbf{J}_{H2j} + \sum_j \mathbf{J}_{H\infty j}}{2j} \tag{18}$$

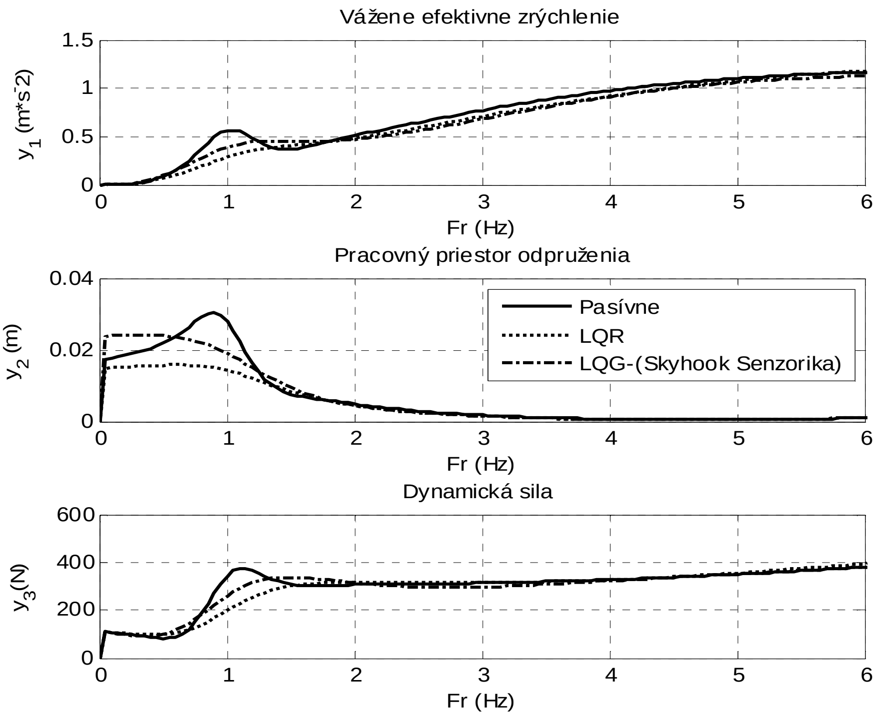
Následne nájdeme pozíciu minimálnej hodnoty, ktorá sa nachádza v tejto matici. Z pozície vieme určiť pozíciu optimálnych váhových konštánt vo vektoroch $\mathbf{q}_1$ a $\mathbf{q}_2$.



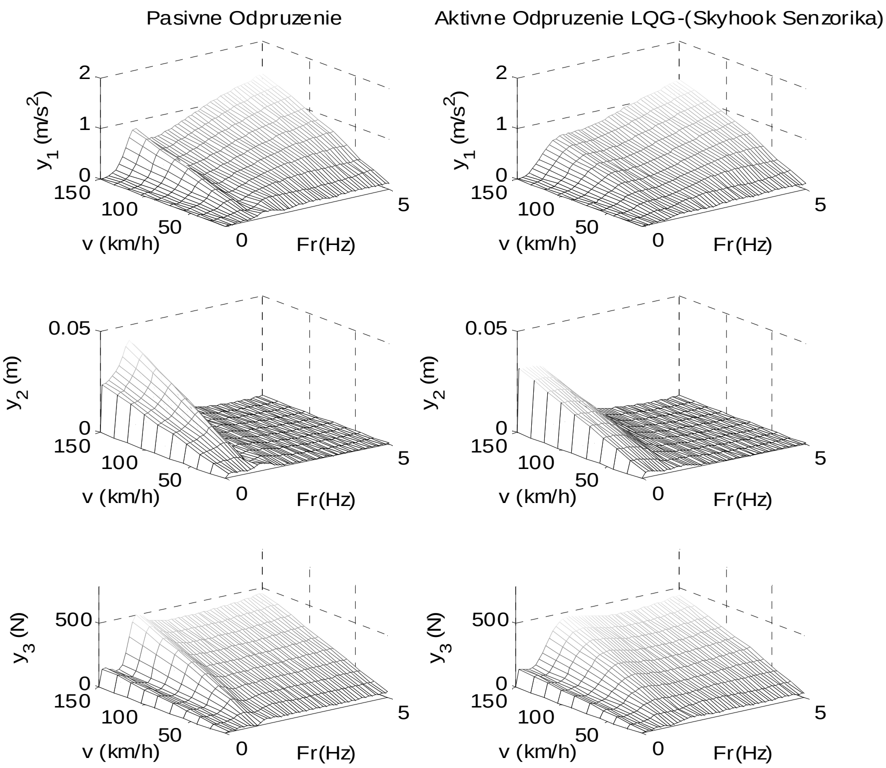
Obr. 8: (a) závislosť kritéria optimálnosti odpruženie vzhľadom k meniacim sa váhujúcim konštantám LQR regulátora q_1 a q_2, (b) pozícia a veľkosť vybraných váhujúcich konštánt.

5 Výsledky a simulácie

Na *Obr. 9* je znázornené porovnanie dosahovanej kvality regulácie prostredníctvom jednotlivých ukazovateľov kvality odpruženia (komfort y_1, bezpečnosť y_2, spoľahlivosť y_3) pre pasívne, aktívne odpruženie s LQR regulátorom a aktívne odpruženie s LQG regulátorov so Skyhook reguláciou. Navyše na *Obr. 10,* sú zobrazené priebehy kritérií v závislosti od meniacej sa prejazdovej rýchlosti.

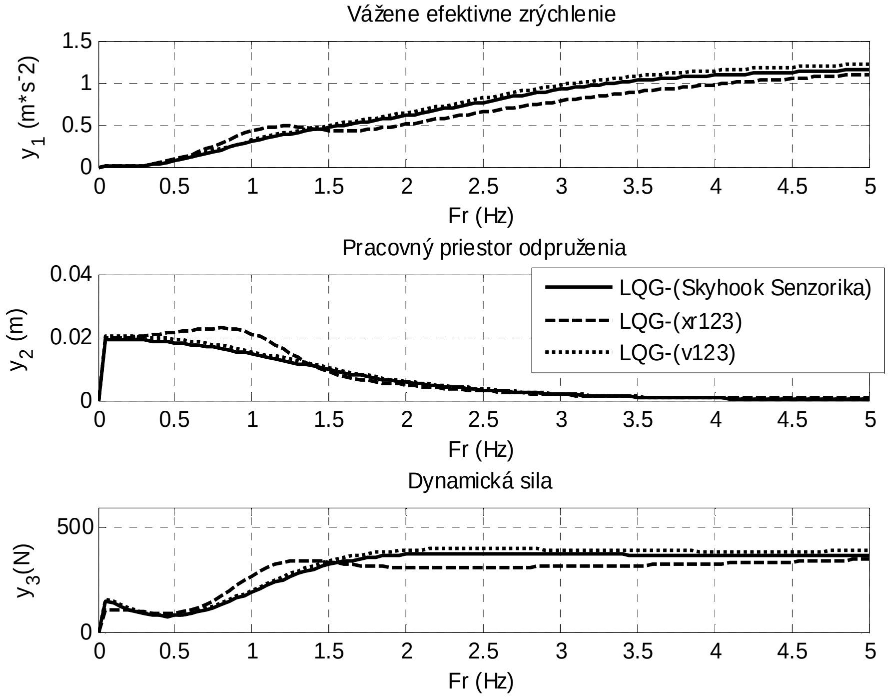


Obr. 9: Amplitúdovo frekvenčná charakteristika kritérií (ľavá strana vpredu) odpruženia s pasívnym a aktívnym s LQR a s LQG regulátorom (skyhook reguláciou)



Obr. 10: Amplitúdovo frekvenčná charakteristika kritérií odpruženia pasívneho a aktívneho odpruženia s LQG reguláciou (y1 kvalita, y2 spoľahlivosť, y3 bezpečnosť)

Na *Obr.11* je amplitúdovo frekvenčná charakteristika kritérií odpruženia s aktívnym LQG regulátorom pri obmieňaní meraných veličín. Celá čiara definuje priebeh kritérií, ak sú snímače rozmiestnené ako pri bežnej Skyhook regulácií, kde sa používa päť snímačov zrýchlenia, z toho tri sú umiestnené na karosérií a dva snímače na kolesách. Čiarkovanou čiarou sú definované priebehy, ak použijeme tri snímače relatívnej výchylky, dve na prednej náprave a jednu na zadnej náprave medzi karosériou a kolesom. V prípade bodkovanej čiary sme snímali tri zrýchlenia na karosérií.



Obr. 11: Amplitúdovo frekvenčná charakteristika kritérií odpruženia celého modelu vozidla aktívnym s LQG regulátorom

6 Záver

Článok sa venoval analýze aktívne riadeného odpruženia na celom modeli vozidla s využitím optimálneho riadenia. Z grafov numerickej simulácie, môžeme tvrdiť, že aktívnym riadením sa nám podarilo potlačiť výchylku amplitúdy u všetkých troch ukazovateľov kvality odpruženia hlavne v oblasti prvej vlastnej uhlovej frekvencie, čo je zhruba v okolí 1,25 Hz. Rovnako môžeme tvrdiť, že k výsledkom optimálnej LQR regulácie sme sa najviac priblížili suboptimálnym LQG riadením, ak snímače na vozidle sú rozmiestnené ako pri bežnej Skyhook konfigurácií. Na riešenie uvedenej problematiky a prezentáciu dosiahnutých výsledkov bolo výhodné použitie softvérového prostredia Matlab so špecializovanou knižnicou z oblasti riadenia Control System Toolbox.

7 Poďakovanie

Článok bol pripravený pri grantovej podpore VEGA projektu *„Pokročilé metódy riadenia systémov s rozloženými parametrami“* (grant 1/0036/08) a APVV projektu *„Pokročilé metódy modelovania, riadenia a návrhu mechatronických systémov ako systémov sosústredeným vstupom a rozloženým výstupom“* (APVV-0160-07).

8 Referencie

[1] ISO: 2631-1, 1997, “Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to wholebody vibration”.

[2] Stein, G. J., Ballo, I. (1991) Vehicle System Dynamics, 20, p. 51

[3] Kachaňák, A.: Teória automatického riadenia II, Edičné stredisko SVŠT, Bratislava, 1985.

[4] Rohaľ-Ilkiv, B., (1987) Identifikácia Sústav, Edičné stredisko SVŠT, Bratislava.

[5] Thompson, A, G., (1976), An active suspension with optimal linear feedback, Vehicle Systems Dynamics. Vol. 5, pp. 187 – 203.

Ing. Monika Zuščíková, Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta,Slovenská Technická Univerzita, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1
Fax: ++421/2/52495315, Tel.: ++421/2/52497193, e-mail: monika.zuscikova@stuba.sk

Doc. Ing. Cyril Belavý, CSc., Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta, Slovenská Technická Univerzita, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1
Fax: ++421/2/52495315, Tel.: ++421/2/52497193, e-mail: cyril.belavy @ stuba.sk