ALGEBRAICKÁ TEORIE NEURČITOSTI A INVESTIČNÍ PRAVIDLA

Jan Brůha

Česká národní banka

I. Úvod

Předkládaná práce se zabývá možnostmi investičních pravidel založených na technické analýze. Konkrétní důraz je zaměřen na směnný kurz: práce je demonstrována na empirických datech směnného kurzu mezi CZK a DEM. Jsou analyzována různá pravidla technické analýzy, a pomocí neparametrického přístupu zkoumány korelace výsledků jednotlivých metod. MATLAB je tak použit nejen jako vhodný numerický nástroj odhadu hustoty pravděpodobnosti vícerozměrných veličin, ale i jako software, který umožní vysokou kvalitu zobrazení dosažených výsledků. Na závěr práce jsou uvedené výsledky shrnuty do závěrečného investičního pravidla pomocí Hájkovy algebraické teorie neurčitosti. MATLAB je pak využit pro vysoké možnosti v oblasti optimalizace: při hledání numerických parametrů výsledného pravidla na základě extremálně definovaných kritérií..

Podle údajů v článcích [Nee97],[Per97] je technická analýza ve větší nebo menší míře užívána téměř všemi investory. Co se týče měnových kurzů: většina investorů pokládá informace, z ní získané, za nejméně tak dobré, jako informace obsažené ve fundamentálních „makroekonomických“ veličinách. Vzhledem k „úspěchům“ makroekonomických modelů v predikcích kurzu, by to ovšem *ipso facto* pro kvalitu této metody nemuselo nic znamenat. Ani různé, *ad hoc* specifikované rovnice (random walk, AR(F)(I)MA, (G)ARCH, ARMA –GARCH a podobné modely, jedno- či více- rozměrné difůzní procesy atd.) neposkytnuly[1] nástroj, jež by umožňoval spolehlivé kurzové predikce. Snad analyticky nejpropracovanějším nástrojem jsou mikroekonomické (podložené zejména teorií her) a finační teorie (podložené zejména arbitrážní teorií). Ty však pracují obvykle s takovými analytickými nástroji (jako např. tržní ocenění rizika), že v zásadě znemožňují konstrukci přesných kvantitativních předpovědí, ačkoliv tím není nezpochybněn jejich teoretický význam.

Při konstrukci investičních pravidel se technická analýza snaží v historických cenách identifikovat nějaké vzory (*patterns*), které by umožňovaly rozpoznání výhodné investiční strategie, ať již dlouhé nebo krátké. Těmito vzory bývají nejčastěji trendy, a je zde snaha o jejich včasné rozpoznání a využití k dosažení zisku.

II. Popis základních metod technické analýzy

Pro predikce cen aktiv je obecně (zatím příliš nedosaženým) benchmark predikce typu *random walk*. Poněvadž ostatní modely (ať již lineární nebo nelineární, ve spojitém nebo diskrétním čase, jedno nebo vícerozměrné) výsledků náhodné procházky nedosahují, používají se metody které se snaží v chování cen aktiv[2] identifikovat nějaké vzory (*patterns*), které rozhodují o strategiích *kup – drž – prodej*. Využívá se přitom i netradiční metody typu mlhavých množin, genetických algoritmů atd. Typicky vypadá situace následovně: hledaným vzorem je nový trend v ceně aktiva, a na základě charakteru tohoto trendu se volí doporučená investiční strategie. Nyní popíši nejužívanější metody vyhledávání nových trendů, tak jak jsem je přejal z literatury (viz [Nee97],[Per97]).
Označme nejprve

- P_t cena aktiva (kurzu) v čase t.
- $MA_t(L)$ prostý klouzavý průměr cen o délce L, tj. $MA_t(L) = \frac{1}{L}\sum_{j=0}^{L-1} P_{t-j}$
- d_t dummy proměnná nabývající hodnotu 1 (0) v případě, že v předchozím období bylo doporučení koupit (prodat).

[1] Nehledě na obrovské problémy s ekonometrickou specifikací takovýchto rovnic.
[2] Často s pomocí i jiných údajů, jakými jsou např. objemy obchodů.

Pak základní pravidla pro určení nových trendů jsou následující:

- Prosté klouzavé průměry (MA): $P_t - MA_t(L) \begin{cases} > 0 \text{ kup} \\ \leq 0 \text{ prodej} \end{cases}$
- Filtrované MA: $P_t - \left(1 + (1 - 2d_t)X\right)MA_t(L) \begin{cases} > 0 \text{ kup} \\ \leq 0 \text{ prodej} \end{cases}$
- Dvojité MA: $MA_t(S) - MA_t(L) \begin{cases} > 0 \text{ kup} \\ \leq 0 \text{ prodej} \end{cases}$

X značí veličinu (tzv. *filtr*) z intervalu [0,1) a udává míru spolehlivosti pro „výchylku" aktuální ceny nad převažující trend. Tj. určuje hranici nad (pod) níž považujeme vychýlení hodnoty kurzu za podstatné. Dále u dvojitých klouzavých průměrů se předpokládá S< L.

Nyní stručné ideové pozadí jednotlivých pravidel: prosté klouzavé průměry mají svoje opodstatnění pouze na trhu, o němž se předpokládá, že se na něm střídají období, během nichž je cena aktiva charakterizována svým trendem. Problémem je skutečnost, že tato metoda je schopna zachytit trend až poté, co začal. To by na trhu, kde se trendy střídají, však neměl být závažný problém, neboť ze samé charakteristiky takového trhu vyplívá, že trend by měl jistou dobu pokračovat. Další dvě metody jsou pouze vylepšením předcházející a to v tom smyslu, že berou v úvahu i lokální výchylky nad resp. pod trend. Tyto výchylky jsou zaznamenávány buď pomocí filtru *X* (filtrované klouzavé průměry) nebo pomocí jiných klouzavých průměrů (s kratší délkou; to je případ dvojitých klouzavých průměrů). Je zřejmé, aby byla vůbec naděje na rozumné výsledky, je třeba vhodně nastavit parametry těchto pravidel. Jinak v případě např. příliš nízkého koeficientu *L*, budou jako trend nesprávně identifikovány i lokální nesystematické výchylky; v opačném případě naopak mnohé trendy zachyceny nebudou. Analogická situace platí i pro parametry *S,X*.

Dále existují další dvě pravidla založená na pořadových statistikách:
označme $P_t^{max}(L)$=MAX[P_{t-1},..,P_{t-L}] a obdobně $P_t^{min}(L)$=MIN[P_{t-1},..,P_{t-L}].

- Kanálové pravidlo (*channel rule*): $P_t - (P_t^{\max}(L))^{1-d_t}(P_t^{\min}(L))^{d_t} \begin{cases} > 0 \text{ kup} \\ \leq 0 \text{ prodej} \end{cases}$
- Filtrované pravidlo (*filtered rule*) $P_t - (1+X)(P_t^{\max}(L))^{d_t}(P_t^{\min}(L))^{1-d_t} \begin{cases} > 0 \text{ kup} \\ \leq 0 \text{ prodej} \end{cases}$

Tato pravidla jsou založena na následující myšlence: na trhu existují a tržními silami jsou determinovány dvě cenové úrovně: řekněme, cenová podlaha (*support level*) a cenový strop (*resistance level*). Tato pravidla se snaží najít optimální strategii v odpovědi na přibližování se a případně proražení těchto úrovní. Opět vhodná volba parametrů *L,X* je klíčová.

Parametry pravidel (tj. *L,S,X*) se je možno určit na základě historických dat nějakou optimalizační metodou, která je uzpůsobena pro práci s velice nelineárními a/nebo nediferencovatelnými funkcemi (jako mnohé heuristické metody tzv. inteligentního prohledávání např. genetické algoritmy; případně známý Nelder –Meadův simplexový algoritmus[3]).

S danými metodami jsem provedl následující experiment. Použil jsem údaje směnného kurzu české koruny k německé marce (resp. přepočtené údaje z EURA, po 01.01.99) za období[4] 01.02.98 až 01.09.99. Tento vzorek jsem rozdělil na dvě části, dělícím datem byl 01.06.99.

[3] MATLABovský kód velice pěkné modifikace daného algoritmu může být nalezen na anonymním ftp: ftp.mathworks.com/pub/contrib/v5/optim/simps

[4] Zvolené období jsem vybral tak, aby odráželo dobu, kdy měnová politika explicitně sledovala tentýž cíl. Proto se počátek vzorku shoduje zhruba s počátkem inflačního cílování ČNB. Chtěl jsem se tak vyhnout situaci, kdyby mohlo dojít ke změně charakteru kurzu z důvodu změny monetární politiky.

Dále jsem předpokládal investora, který na počátku (tj. 01.02.98) drží 100 DEM, a v dané časové periodě se rozhoduje co s nimi udělá. Má následující možnosti:

- V případě, že technická analýza dá doporučení *Kup!* koupí 1000 českých korun a drží je tak dlouho dokud technická analýza nedá doporučení *Prodej!* Aktiva v korunách se zhodnocují aktuálním O/N PRIBORem. To se opakuje každý den. Pokud již nemá německé marky (tj. např. dostatečně dlouhou dobu analýza radila *Kup!*), může si je půjčit za sazbu, která v daném období se rovná O/N FIBORu[5].
- V případě, že technická analýza dá doporučení *Prodej!* prodá veškeré české koruny, které drží, a německé marky uloží za sazbu O/N FIBOR.
- To se opakuje každý den (proto uvažuji O/N sazby). Na konci 1. období (tj. 31.05.99) veškeré své koruny převede na marky.

Tento experiment jsem opakoval pro všech 5 výše uvedených metod technické analýzy pro různé hodnoty parametrů. Parametry, které pak přinesly největší zhodnocení hypotetických 100 DEM jsem prohlásil za „optimální". Výsledek je uveden v následující tabulce.

Optimální parametry	
Metody založené na klouzavých průměrech	
Prosté MA	L = 34
Filtrované MA	L = 31, X = 0.0042
Dvojité MA	L = 21, S = 16
Metody založené na pořadových statistikách	
Kanálové pravidlo	L = 28
Filtrované pravidlo	L = 21, X = 0.0021

Daný experiment jsem zopakoval pro druhé období (tj. od 01.06.99 do 01.09.99) a použil jsem již odhadnuté parametry z předchozího experimentu. Výsledky zhodnocení hypotetických 100 DEM za obě období jsou shrnuty v následující tabulce. Poněvadž první perioda (*in-the –sample*) je podstatně delší, je zřejmé, že zhodnocení musí být větší.

Poznámka: všimněme si, že data z druhé periody (*out –the –sample*) nebyla použita k nastavení optimálních parametrů; slouží tedy jako upozornění na možné přepodmínění uvažovaných metod.

Výsledky použitých metod		
	In –the-sample	Out-the-sample
Metody založené na klouzavých průměrech		
Prosté MA	176,86	103,02
Filtrované MA	211,28	134,25
Dvojité MA	204,74	123,27
Metody založené na pořadových statistikách		
Kanálové pravidlo	287,00	100,48
Filtrované pravidlo	111,14	99,48

III. Neurčitost

V praxi ovšem investoři nepoužívají pouze jeden typ pravidla, ale snaží se kombinovat informaci obsaženou ve více pravidlech. Protože každé pravidlo je podmíněno trochu jinou ideologií, můžeme se domnívat, že kombinací více zdrojů informací lze snížit špatná specifikace doporučení a tím zvýšit atraktivnost metody. Problém ovšem je, zda existuje nějaký rozumný základ, který by umožňoval takovou kombinaci doporučení z jednotlivých strategií. V zásadě se dá tato otázka přeformulovat tak, zda existuje metoda, která by umožňovala „hromadit" znalosti z více zdrojů.

Takových metod se v posledních desetiletí objevilo více: jmenujme např. Dempster –Shaferovu teorii, metody založené na mlhavé logice, pseudopravděpodobnostní přístupy atd. Viz [Haj82] pro přehled.

[5] Po 01.01.99 pochopitelně používám odpovídající sazbu EURIBOR. Zdůvodu zjednodušení vyjadřování, se budu na danou sazbu odvolávat jako na FIBOR po celé zkoumané období.

Většina těchto metod se ovšem dá nalézt jako speciální případ Hájkovy algebraické teorie. Nyní uvedu její stručný výklad a poté se zaměřím na konkrétní aplikaci.

Předpokládejme, že máme jistou množinu apriori možných alternativ A. Na této množině nechť je zavedeno uspořádání[6] $\leq$. Prvky v množině A jsou dále interpretovány jako různě silná doporučení zda prodat nebo koupit. Dále nechť $\leq$ má na A maximální i minimální prvek. Maximální prvek v A vzhledem k $\leq$ je interpretován jako doporučení zcela jistě *Kup!* a minimální prvek jako doporučení zcela jistě *Podej!* Všimněme si, že vzhledem k úplnosti uspořádání $\leq$ na A je maximální i minimální prvek určen jednoznačně (pokud ovšem existuje). Tyto prvky označme např. ∞ (pro maximální) a $-\infty$ (pro minimální).

Nyní zavedeme na A nějakou operaci, která nám bude představovat sdružování doporučení. Tato operace nechť je značena $\oplus$.

Nejprve je přirozené předpokládat následující:

$$\infty \oplus a = \infty \qquad (0.1)$$

$$-\infty \oplus a = -\infty \qquad (0.2)$$

$$\infty \oplus -\infty \text{ není definováno} \qquad (0.3)$$

pro libovolné $a \in A$, $a \notin \{\infty, -\infty\}$

Interpretace je následující:
(0.1-2) značí že doporučení zcela jistě *KUP!* resp. *PRODEJ!* nemohou být zeslabena žádným jiným doporučením. Jsou v jistém smyslu „absolutní“. Dále je zřejmé, že složení informací na základě obou těchto absolutních doporučení by bylo nesmyslné a není tedy definováno. Proto se předpokládá (0.3). Pokud by takový případ skutečně nastal, signalizoval by něco „shnilého“ v naší bázi znalostí a je tedy vyloučen.
Dále předpokládejme, že platí následující:

$$(a_1 \oplus (a_2 \oplus a_3)) = ((a_1 \oplus a_2) \oplus a_3) \qquad (1.1)$$

existuje $\varnothing$ (tzv. neutrální prvek) $\quad a \oplus \varnothing = \varnothing \oplus a \qquad (1.2)$

ke každému neabsolutnímu prvku a existuje prvek a^{-1} tak, že

$$a \oplus a^{-1} = a^{-1} \oplus a = \varnothing \qquad (1.3)$$

$$a_1 \oplus a_2 = a_2 \oplus a_1 \qquad (1.4)$$

Interpretace je následující:

(1.1) Značí, že daná operace je asociativní, to je přirozený předpoklad (tj. nezáleží na pořadí skládání informací). Snad rozumné porušení daného předpokladu by mohlo být ve chvíli, kdy by skládané informace se vyvíjely v čase a starší informace by byly méně hodnotnější. Tuto skutečnost ovšem v dalších aplikacích vylučuji. Slučuji pouze informace vztažené ke stejnému datumu.

(1.2) Neutrální prvek nám žádnou informaci neposkytuje, lze jej interpretovat např. *NEVÍM*.

(1.3) Ke každému neabsolutnímu prvku existuje jeho inverzní prvek, který obsahuje „protiinformaci“, tj. je stejně silný avšak opačně orientovaný.

(1.4) Daná operace je komutativní. Opět přirozený předpoklad.

Ihned je zřejmé, že (A,$\oplus$) je Abelova grupa. Proto okamžitě plynou další „příjemné“ vlastnosti; zejména **neutrální prvek je určen jednoznačně** a dále, že operace $\oplus$ zachovává uspořádání, tj.

$$a_1 \leq a_2 \rightarrow a_1 \oplus a_3 \leq a_2 \oplus a_3 \qquad (2.1a)$$

$$a_1 < a_2 \rightarrow a_1 \oplus a_3 < a_2 \oplus a_3 \qquad (2.1b)$$

kdykoliv mají dané výrazy smysl.

---

[6] Dále předpokládám, že takové uspořádání je úplné, tj. pro libovolné $a_1, a_2 \in A$, je $a_1 \leq a_2$ nebo $a_2 \leq a_1$. Daná teorie může být vyložena i bez tohoto předpokladu, ten je však interpretačně přirozený a usnadní technické řešení. Je – li zároveň $a_1 \leq a_2$ i $a_2 \leq a_1$ pak píši $a_2 = a_1$ a dané prvky ztotožňuji. To je přirozené, neboť = je zřejmě relace ekvivalence na A. Skutečně, snadno se lze přesvědčit, že je symetrická, tranzitivní i reflexivní. Platí -li $a_1 \leq a_2$ a zároveň neplatí, že $a_2 = a_1$, pak píši $a_1 < a_2$.

Je tedy vidět, že (2.1) nemusíme považovat za axiom[7]; máme –li metodu, u niž byly ověřeny vlastnosti (1.1) až (1.4); (2.1) plyne automaticky.

Uspořádaná Abelova grupa je jistě homeomorfní se všemi ostatními uspořádanými Abelovými grupami. Např. s grupou reálných čísel s operací sčítání, inverzním prvkem *–x* a neutrálním prvkem 0. Dále s grupou nezáporných reálných čísel s operací násobení, inverzním prvkem *1/x* a neutrálním prvkem 1 [8].

Velice významnou implikací homeomorfismu mezi Abelovými grupami je následující fakt: díky (2.1) je zřejmé, že výsledné uspořádání alternativních doporučení z A musí být identické, ať již použijeme ke konkrétnímu numerickému vyčíslení libovolného reprezentanta grup stejné struktury. Méně formálněji lze uvedený fakt vyjádřit následovně: **pokud jsou k řešení úlohy výběru vhodné strategie k dispozici tytéž znalosti, pak bez ohledu na použitý mechanismus jejich skládání, je výsledné uspořádání totožné**.

<u>Poznámka</u>: jistým problémem je ovšem skutečnost, že použití uvedené teorie, předpokládá, že kombinované příspěvky jsou nezávislé. To je ovšem silný předpoklad. Navíc jeho praktické ověření není triviální.

Nyní budu aplikovat výše uvedenou teorii na problém technické analýzy. Pokusím se odvodit „globální" investiční pravidlo, které by bylo založené na v předcházející části popsaných „lokálních" pravidlech.

Nejprve k odvození „globálního" investičního pravidla. Je zřejmé, že čím kladnější číslo je výsledek doporučení libovolného popsaného pravidla technické analýzy, tím vyšší by měla být naše důvěra ve správnost doporučení typu *KUP!* Inverzně pro pravidlo *PRODEJ!*. Nyní se tedy naskýtá přirozená metoda skládání částečných doporučení. Poněvadž však každé pravidlo bylo jinak úspěšné, bylo by dobré výsledky těchto pravidel nějak normovat. Proto předpokládám, že výsledné pravidlo bude mít formu: $\sum_{i\in I}\beta_i x_i$, kde β_i jsou vhodně zvolené koeficienty a x_i jsou numerické výstupy jednotlivých pravidel. Naskýtají se přirozeně následující otázky:

(1. Jakou metodou zvolit parametry β_i

(2. Jsou doporučení jednotlivých pravidel skutečně nezávislá, nebo existuje systematické společné vychýlení nějakých dvou pravidel vůči „optimální" strategii

Nejprve k otázce č. 2. Aby bylo možné udělat si představu o závislosti mezi jednotlivými pravidly: považuji jejich výsledky za náhodné veličiny sdružené do náhodného vektoru. Pak odhadnul jsem neparametricky na základě použitých dat hustotu pravděpodobnosti marginálních dvojrozměrných subvektorů[9]. Tím si lze učinit rámcovou představu o charakteru vícerozměrné distribuce. V případě, že neexistuje společné systematické vychýlení, by typicky taková hustota měla vypadat jako „hřeben" diagonálně umístěný na dvojrozměrné ploše. V případě společného systematického vychýlení by měl tento hřeben zahýbat na jednu či druhou stranu[10]. Dále je zřejmé, že vliv závislostí může být do určité míry korigován pomocí vhodně zvolených koeficientů β_i.

---

[7] Je to vlastně důsledek jiné vlastnosti Abelovských grup: totiž možnosti krácení.

[8] První grupu bychom mohli interpretovat např. takto: čím kladnější (zápornější) číslo, tím větší jistota, že správným rozhodnutím je *KUP!* (*PRODEJ!*). 0 značí nevím. Absolutními prvky jsou {∞,-∞}. Druhou grupu bychom mohli interpretovat takto: čím větší (menší) číslo, tím větší jistota, že správným rozhodnutím je*KUP!* (*PRODEJ!*). 1 značí nevím. Absolutními prvky jsou {0,∞}. Všimněme si, že absolutních prvků v těchto případech nelze dosáhnout pomocí operací s neabsolutními. T.zn.: **skládáním nejistých informací nelze dosáhnout jistoty**. Myslím, že tento výsledek je velice významný.

[9] Ekonometrické detaily příslušné procedury mohou být nalezeny např. v [Har93, díl III.], příp. [Bax98]. Kód algoritmu v MATLABu spolu s příslušnou literaturou mohou být nalezeny na webovské stránce: **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** nebo pomocí ftp na ftp.mathworks.com/pub/contrib/v4/stats/kdtlbx

[10] Je zřejmé, že tento způsob zkoumání (ne)závislosti nemusí být nejvhodnější. Lze si totiž představit situaci, kdy každá z dvojic veličin X,Y,Z bude tvořit nezávislé veličiny, ale mezi trojicí X,Y,Z může být dokonce deterministický vztah. Nicméně výhoda analýzy dvojrozměrných závislostí spočívá v názorné grafické demonstraci.

Nyní k metodě určení „optimálních“ hodnot parametrů β_i. Předpokládejme opět investora, který má na počátku investičního období k dispozici 100DM. Investiční období chápu opět stejně jako v předcházející části: období na jehož základě se budu snažit určovat optimální parametry bude 01.02.98 do 01.06.99. Další období v němž budou tyto výsledky testovány bude opět 01.06.99 – 01.09.99.

Předpokládejme, že hypotetický investor používá nějaké parametry b_i. Dále nechť bere v úvahu všech 5 v předcházející části popsaných pravidel technické analýzy. Jejich výsledky označme x_i. Nyní nechť zobrazí součet $\sum_i b_i x_i$ do intervalu [-1,1] pomocí vhodné funkce f. Rozumné je zřejmě požadovat, aby daná funkce f byla monotónní, splňovala $f(0)=0$, $F_n = F(c - jn\Omega)$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$ z čehož tedy plyne, že f je konkávní (konvexní) na kladné (záporné) části reálné osy. Zkoušel jsem experimentovat s více funkcemi, např. $\tanh(x)$, $\operatorname{sgn}(x)\left|e^x - 1\right| / e^x$ atd. a ukázalo se, že numerické výsledky jsou značně robustní vzhledem ke zvolené funkční specifikaci. Dále uvedené numerické výsledky se týkají zvolené funkční specifikace $\tanh(x)$.

Nyní ke strategii hypotetického investora:

- Na počátku periody má 100 DEM, každý den (kdy se obchoduje), řeší následující úlohu: vypočítá hodnotu $X = \tanh\left(\sum_i b_i x_i\right)$ a pokud
- $|X|<0.5$ pak nenakupuje ani neprodává žádnou měnu.
- Pokud $X>0.5$ pak nakoupí X*1000 korun za aktuální kurz.
- Pokud X<-0.5 pak prodá X*100% všech svých korunových aktiv za aktuální kurz.
- Na konci „každého dne“ svá korunová aktiva uloží na aktuální O/N PRIBOR sazbu a marková na aktuální O/N FIBOR. V korunách nemůže držet záporné množství (krátká pozice v korunách pro něj není přípustná), v markách může. Je zde zjednodušený předpoklad, že výpůjční i zápůjční sazba je táž (tedy O/N FIBOR).
- Na konci periody všechny své koruny převede na marky (za aktuální kurz).

Jako optimální parametry byly určeny ty hodnoty b_i, které maximalizují celkový zisk za celou první periodu. Pro jejich výpočet jsem zvolil následující optimalizační metody[11]:

- <u>Nelder -Meadův simplexový algoritmus</u> (dále NM algoritmus); daná metoda patří do třídy tzv. komparativních metod, a při optimalizaci využívá pouze funkčních hodnot. Proto se hodí pro spojité nediferencovatelné funkce, případně silně nelineární funkce s mnoha lokálními extrémy. Její nevýhoda spočívá v pomalé konvergenci.
- <u>Levenberg –Marquardtův algoritmus</u> (dále LM algoritmus); tato metoda využívá při optimalizaci i znalosti gradientu. Ten je ovšem těžko v dané aplikaci analyticky vyjádřitelný, a proto jsem jej aproximoval numericky použitím centrálních diferencí.

Očekával jsem lepší výsledek od NM algoritmu, překvapivě však lépe vyšel výsledek LM algoritmu, viz následující tabulka. Dále jsem testoval takto získané „optimální“ váhy pro období 01.06.99 – 01.09.99 (*out – the –sample*).

Výsledné váhy β_i	NM algoritmus	LM algoritmus
Prosté MA	0,7151	3,5626
Filtrované MA	0,1421	-0,9690
Dvojité MA	0,1692	17,4587
Kanálové pravidlo	0,6707	24,9596
Filtrované pravidlo	0,3000	-6,6793

[11] Jejich popis může být nalezen v článcích [Mar63],[Nel65].

Poznámka: záporné váhy u některých pravidel zřejmě korigují vzájemnou závislost mezi jednotlivými pravidly. Navíc záporné znaménko u filtrovaného pravidla není velkým překvapením, pokud si uvědomíme, že jako jediné v *out-the-sample* testování investovanou částku znehodnotilo.

Zhodnocení hypotetických 100 DM za obě období udává následující tabulka. Všimněme si, že obě metody poskytly pro druhou periodu týž výsledek; to proto, že obě shodně za celé období nedoporučovaly (i když numerická váha doporučení se lišila) nákup čs. korun, tzn., že počáteční částka se zhodnocovala jen díky O/N FIBORu.

Výsledky použité metody	
Metoda založená na váhách NM algoritmu	
In -the-sample	110,5
Out -the-sample	100,4
Metoda založená na váhách LM algoritmu	
In -the-sample	283,4
Out -the-sample	100,4

V. Literatura

[Bax98] Baxter M.J., Beardah C.C.: *Beyond the histogram – improved approach to simple data display in archaeology using kernel density estimates,* Department of Mathematics, Statistics and Operational Research, The Nottingham Trent University

[Blu94] Blume L., Easley D., O'Hara M.: *Market statistics and technical analysis: the role of volume,* Journal of Finance 49(1994) 153-181

[Cre97] Creedy J., Martin V.L. (eds.): *Nonlinear Economics Models,* Edward Elgar Publishing Limited 1997

[Geo98] George T.J., Hwang C.Y.: *Endogenous market statistics and security pricing: An empirical investigation*, Journal of financial markets 1(1998) 285-319

[Haj82] Hájek P., Havránek T., Jiroušek R.: *Uncertain Information Processing in Expert Systems,* CRC Press, INC, 1992

[Har93] Härdle W.: *Applied nonparametric regression*, Cambridge University Press, 1993

[Mar63] Marquardt, D.: *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters,* SIAM Journal of Applied Mathematics. 11(1963) s. 431-441

[Nee97] Neely C., Weller P., Dittmar R.: *Is Technical analysis in the Foreign Exchange Market Profitable? A Genetic Programming Approach*, Journal of Financial and Quantitative Analysis 32(1997) 405-426

[Nel65] Nelder J.A., Mead R.: *A Simplex Method for Function Minimization*, Computer Journal, 7(1965) 308-313

[Per97] Pereira R.: *Genetic Algorithms and Trading Rules,* s.191-212 in [Cre97]

[Zel98] Zelinka I.: *New Trends in Prediction of Behaviour of Dynamic Systems*, Folia Fac. Sci. Nat. Univ. Masarykianæ Brunensis, Mathematica 7 (1998) 233-240

Jan Brůha, Česká národní banka, Oddělení ekonomického modelování
Na příkopě 28, 115 30 Praha 1
e-mail: Bruha Jan <jan.bruha@cnb.cz>
telefon: 02/ 2441 2724