

ANALÝZA A VYHODNOCOVÁNÍ INTERFERENCE STRUKTUR

Jiří Novák

Katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT v Praze

Abstrakt: Článek se zabývá problematikou automatické počítačové analýzy a vyhodnocování interferenčních polí pomocí systému MATLAB a procedur toolboxů Image a Signal Processing. Uvedené techniky analýzy a vyhodnocování se používají v nejmodernějších bezkontaktních měřicích systémech, jež jsou založeny na principu dvousvazkové interference světla. Je popsán základní fyzikální princip interference svazků a princip detekce interferenčního pole. Dále je podrobně probrána jedna z metod vyhodnocování interferenčního pole. Je nastíněn postup detekce interferenčních proužků a následné automatické zpracování dat a jejich analýza.

1. Úvod

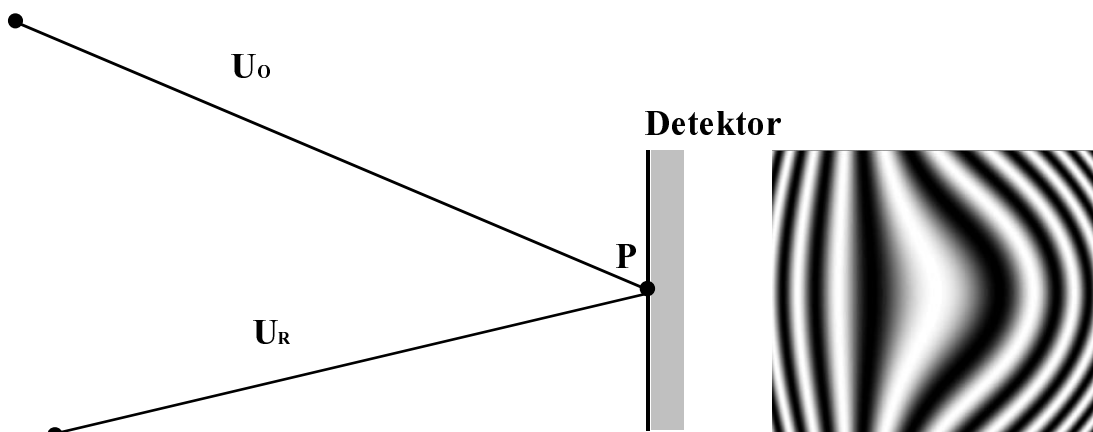
V současnosti je velká část nejmodernějších bezkontaktních měřicích metod [1-2] založena na interferometrickém principu, tj. interferenci dvou koherentních svazků, z nichž první (*předmětový svazek*) je modifikován po odrazu od měřeného předmětu a interferuje s druhým (*objektovým*) svazkem. Intenzita výsledného interferenčního pole je detekována pomocí detektoru záření (např. CCD senzoru) a poté je provedeno vyhodnocení, jehož hlavním výsledkem je získání fáze daného interferenčního pole, která úzce souvisí s optickým dráhovým rozdílem obou svazků. Aplikace uvedeného principu v technické praxi je velmi široká, od měření deformací, vibrací, testování kvality povrchů až po využití v radarové technice a lékařství. Existuje velmi mnoho různých způsobů, jak získat fázi interferenčního pole [3], jež se od sebe velice liší složitostí, časovou náročností a počtem potřebných měření intenzity interferenčního pole. V tomto článku bude popsán plně automatický způsob vyhodnocení interferenčního pole z jednoho interferogramu.

2. Dvousvazková interference světla

Uvažujme nyní dvě koherentní, lineárně polarizovaná vlnová pole o komplexních amplitudách (**obr.1**)

$$U_0 = A_0 e^{i\phi_0} \quad \text{a} \quad U_R = A_R e^{i\phi_R}, \quad (1)$$

kde U_0 je neznámé vlnové pole a U_R je známé referenční vlnové pole, přičemž značí: A_0 - amplitudu neznámého pole, A_R - amplitudu referenčního pole, ϕ_0 - fázi neznámého pole a ϕ_R - fázi referenčního pole.



Obr.1

Tato pole spolu necháme interferovat a za předpokladu, že směry polarizace obou polí jsou stejné, bude výsledná detekovaná intenzita $I(x,y)$ v bodě $P(x,y)$ interferenčního pole dána vztahem ($I \sim A^2$) [4]

$$I = I_0 + I_R + 2\sqrt{I_0 I_R} \cos(\varphi_R - \varphi_0) = C + D \cos \varphi. \quad (2)$$

Po zobrazení naměřených hodnot intenzity můžeme pozorovat vzniklé interferenční pole, charakterizované interferenčními proužky. Pro *fázový rozdíl* φ těchto polí v bodě $P(x,y)$ interferenčního pole pak platí

$$\varphi = \varphi_R - \varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} W + \delta_R - \delta_0, \quad (3)$$

kde λ je vlnová délka záření, W je dráhový rozdíl a δ značí počáteční fáze. Fázový rozdíl φ lze určit na základě vyhodnocení těchto interferenčních proužků. *Maxima intenzity*, tj. světlé interferenční proužky, se budou nacházet v místech, kde bude splněna podmínka

$$\varphi = \pm 2N\pi, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Minima intenzity, tj. tmavé interferenční proužky, se budou nacházet v místech, kde bude splněna podmínka

$$\varphi = \pm(2N + 1)\pi, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Bude tedy platit

$$I_{\max} = I_0 + I_R + 2\sqrt{I_0 I_R}, \quad I_{\min} = I_0 + I_R - 2\sqrt{I_0 I_R}.$$

Pro *kontrast* K interferenčních proužků pak platí

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_0 I_R}}{I_0 + I_R} = \frac{D}{C}.$$

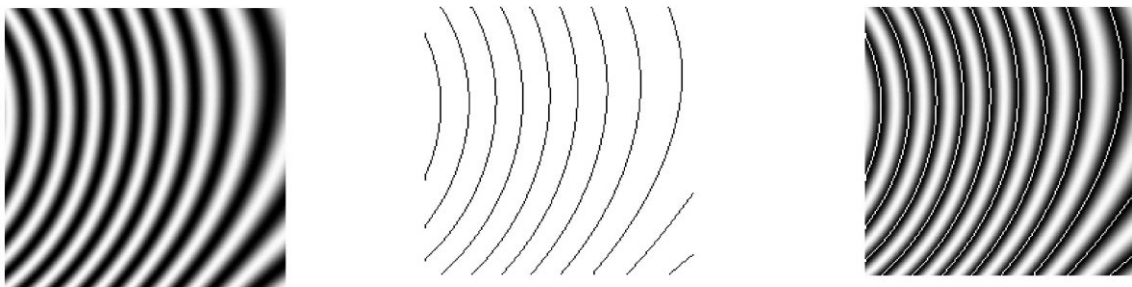
Jak je z tohoto vztahu patrné, bude kontrast K maximální ($K = 1$) pro $I_0 = I_R$ tj. budou-li intenzity obou polí stejné.

3. Automatická metoda pro detekci interferenčních proužků

Intenzitní obraz interferenčního pole (*interferogram*) musí být nejprve digitalizován a uložen jako matice obrazových bodů v paměti počítače $I(x,y)$. Jelikož interferogram může být při měření a záznamu narušen šumem, je nutno nejprve provést filtraci obrazu. Další úlohou je správná identifikace extrémních (maximálních nebo minimálních) hodnot intenzity, tj. detekování středů interferenčních proužků. Tato procedura může být provedena pomocí maticových operátorů [5] rozměru $N \times N$, kde N je počet bodů maticové masky operátoru (obvykle 3,5 nebo 7). Operátor hledá lokální extrémy ve čtyřech odlišných směrech (x,y,xy,yx) pomocí porovnávání hodnot intenzit v blízkém okolí daného obrazového bodu. Interferenční proužek má své maximum, jestliže jsou splněny alespoň dvě z následujících podmínek:

$$\begin{array}{ll}
L_x^{(0)} > L_x^{(1)} & \wedge \quad L_x^{(0)} > L_x^{(2)} \\
L_y^{(0)} > L_y^{(1)} & \wedge \quad L_y^{(0)} > L_y^{(2)} \\
L_{xy}^{(0)} > L_{xy}^{(1)} & \wedge \quad L_{xy}^{(0)} > L_{xy}^{(2)} \\
L_{yx}^{(0)} > L_{yx}^{(1)} & \wedge \quad L_{yx}^{(0)} > L_{yx}^{(2)}
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
L_x^{(0)} = \sum_{i=-M}^M I(x+i, y), \\
L_x^{(1)} = \sum_{i=-M}^M I(x+i, y-M) \\
L_x^{(2)} = \sum_{i=-M}^M I(x+i, y+M) \\
L_y^{(0)} = \sum_{j=-M}^M I(x, y+j), \\
L_y^{(1)} = \sum_{j=-M}^M I(x-M, y+j) \\
L_y^{(2)} = \sum_{j=-M}^M I(x-M, y-j) \\
M = (N-1)/2
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
L_{xy}^{(0)} = \sum_{k=1-M}^{M-1} I(x+k, y+k), \\
L_{xy}^{(1)} = \sum_{i=0}^M \sum_{\substack{j=0 \\ j>i}}^M I(x-M+i, y+j) \\
L_{xy}^{(2)} = \sum_{j=0}^M \sum_{\substack{i=0 \\ i>j}}^M I(x+i, y-M+j) \\
L_{yx}^{(0)} = \sum_{k=1-M}^{M-1} I(x-k, y+k), \\
L_{yx}^{(1)} = \sum_{i=0}^M \sum_{\substack{j=0 \\ j>i}}^M I(x+i, y-M+j) \\
L_{yx}^{(2)} = \sum_{j=0}^M \sum_{\substack{i=0 \\ i>j}}^M I(x-M+i, y+j)
\end{array}$$

Uvedená procedura se v MATLABu dá snadno naprogramovat pomocí operace konvoluce, kde se jako konvoluční masky použije daný operátor L . Po provedení daného postupu získáme hrubou strukturu interferenčních proužků (několik obrazových bodů silné proužky). Na tyto proužky musíme nyní použít některé z binárních morfologických operací (zejména operaci ztenčování), abychom získali interferenční proužky o tloušťce jednoho obrazového bodu. Na **obr.2** je zobrazen příklad automatického získání středů interferenčních proužků.



Obr.2

4. Počítačová analýza interferogramů

V praxi nás zajímá optický dráhový rozdíl $W(x,y)$, který je úzce svázan s měřenou veličinou, např. posunutí měřeného předmětu nebo odchylka od nějaké referenční plochy.

Ve většině případů je dostačující znalost $W(x,y)$ na vybrané množině bodů. Optický dráhový rozdíl můžeme aproximovat pomocí polynomů, např. Zernikeových [1,6], a můžeme psát

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^m k_i g_i(x, y), \quad (4)$$

kde $g_i(x,y)$ jsou aproximační polynomy a k_i jsou koeficienty lineární kombinace daných polynomů. Jestliže jsme tedy našli již dříve maxima interferenčních proužků, potom pro tyto body platí

$$W(x, y) = N\lambda, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Při hledání jednotlivých koeficientů uvedené polynomiální aproximace budeme postupovat následujícím způsobem:

- vybereme si množinu bodů (x_i, y_i) ležících na osách interferenčních proužků,
- každému bodu (x_i, y_i) přiřadíme číslo N_i určující řád interferenčního proužku, na kterém tento bod leží,
- napíšeme soustavu lineárních rovnic pro $i = 1, 2, 3, \dots, M$

$$\mathbf{H}\mathbf{k} = \mathbf{f}, \quad (6)$$

kde M , je počet námi vybraných bodů a kde pro prvky H_{ik} matice \mathbf{H} soustavy potom platí

$$H_{ik} = g_k(x_i, y_i), \quad \mathbf{k}^T = \{k_i\}, \quad \mathbf{f}^T = \{N_1\lambda, N_2\lambda, N_3\lambda, \dots, N_M\lambda\}. \quad (7)$$

Vektor koeficientů \mathbf{k} určíme metodou nejmenších čtverců. Normální rovnice nabývají potom tvaru

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{H})\mathbf{k} = \mathbf{H}^T \mathbf{f}. \quad (8)$$

Řešením této soustavy lineárních rovnic získáme hodnoty koeficientů aproximace optického dráhového rozdílu pomocí vhodně zvolených polynomů. Při testování optických ploch pomocí interferometru je též důležité zjistit odchylku δW_i měřené plochy v bodě (x_i, y_i) od optimální plochy (např. rovinné, sférické či asférické) a to tak, že dosadíme souřadnice (x_i, y_i) bodu do rovnice

$$\delta W = \mathbf{H}\mathbf{k} - \mathbf{f}, \quad (9)$$

kde \mathbf{k} jsou vypočtené koeficienty podle vztahu (8) a pro δW platí

$$\delta W^T = \{\delta W_1, \delta W_2, \delta W_3, \dots, \delta W_M\}.$$

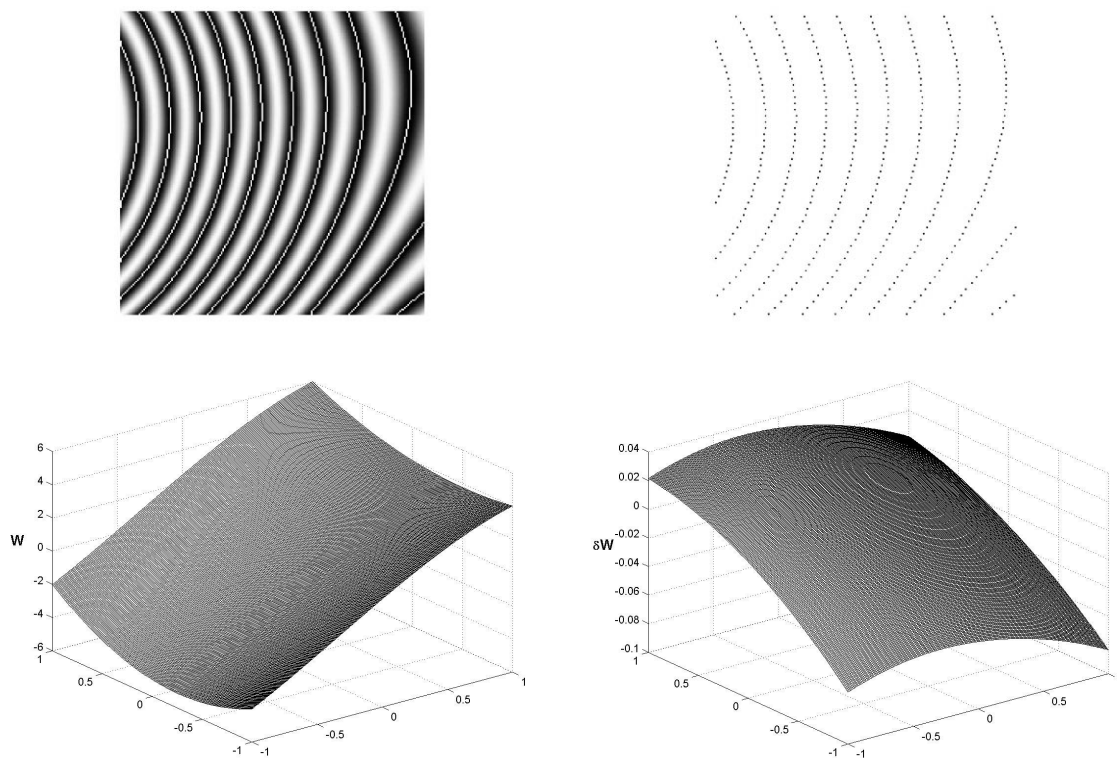
Pro praxi důležitou veličinou, jež vyjadřuje kvalitu měřené plochy, je *střední kvadratická odchylka plochy*, tzv. *RMS* (Root-mean-square), kterou je možno vypočítat ze vztahů

$$RMS = \sqrt{\overline{\delta W^2}} \quad \text{resp.} \quad RMS = \sqrt{\overline{\delta W^2} - \overline{\delta W}^2}, \quad (10)$$

kde

$$\overline{\delta W^2} = \frac{\sum_{i=1}^{i=M} \delta W_i^2}{M} \quad \text{a} \quad \overline{\delta W} = \frac{\sum_{i=1}^{i=M} \delta W_i}{M}.$$

Na **obr.3** je názorně ukázán postup popsání metody aproximace optického dráhového rozdílu W pomocí polynomů. Originální interferogram byl počítačově nasimulován ze známé funkce W a poté byl vyhodnocen pomocí uvedeného postupu. Z původního interferogramu, ve kterém byla identifikována maxima intenzity, byla sestrojena síť bodů (x_i, y_i) , ležících na interferenčních proužcích. Následně byla provedena aproximace dráhového rozdílu W pomocí polynomů a byl vypočten rozdíl δW a RMS (vše znázorněno v násobcích vlnové délky λ).



Obr.3

5. Závěr

Byla popsána automatická metoda pro analýzu a vyhodnocování interferogramů pomocí prostředků systému MATLAB. Výhodou této metody je její relativní jednoduchost, rychlost a plně automatický výpočet. Je popsán základní fyzikální princip interference a princip detekce a analýzy interferenčního pole. Dále je celý postup vyhodnocování interferogramů ověřen na příkladu. Uvedené techniky analýzy a vyhodnocování se používají v nejmodernějších bezkontaktních měřicích systémech, jež jsou založeny na principu dvousvazkové interference světla.

Tato práce byla vypracována za podpory grantu ČVUT 300100111 a Nadačního fondu ČVUT Stanislava Hanzla.

Literatura:

- [1] Malacara D.: Optical Shop Testing. John Wiley&Sons, New York 1992.
- [2] Cloud G.L.: Optical methods of engineering analysis. Cambridge University Press, 1995.
- [3] Malacara D., Servin M., Malacara Z.: Interferogram analysis for optical testing. Marcel Dekker Inc., New York 1998.
- [4] Francon M.: Optical Interferometry, Academic Press, N.Y. 1966.
- [5] Yatagai T., Idesawa M., Yamaashi Y., Suzuki M.: Automatic Fringe Analysis Using Digital Image Processing Techniques. Optical Engineering, 21, 432-435, 1982.
- [6] Born M., Wolf E.: Principles of Optics, 6th ed. Oxford: Pergamon Press, 1980.

Ing. Jiří Novák, katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT, Thákurova 7, 166 29 Praha 6,
tel: +42-02-2435 4435, fax: +42-02-33333226, e-mail: novakji@fsv.cvut.cz