MODELOVANIE A IDENTIFIKÁCIA TEPLOTNÝCH POLÍ ZLIEVARENSKEJ FORMY

M. Vlček, C. Belavý

Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky, Strojnícka Fakulta,
Slovenská Technická Univerzita v Bratislave, Nám. Slobody 17, 812 31 Bratislava 1

Abstrakt

Článok sa venuje modelovaniu a identifikácií systému mechaniky kontinua so zameraním na teplotné systémy s rozloženými parametrami (SRP). Dynamika teplotných polí v oceľovej zlievarenskej forme je modelovaná v softvérovom prostredí COMSOL Multiphysics, na základe parametrov prevzatých z reálneho zariadenia. Výsledky sú exportované do prostredia MATLAB, kde sú formulovane sústredené a rozložené dynamické modely pre účely syntézy riadenia teplotných polí formy, pomocou súboru DPS Blockset. Prenosové funkcie sú identifikované pomocou GUI *ident* System Identification Toolbox v prostredí MATLAB.

1 Aproximačné modely pre systémy s rozloženými parametrami

Technologické procesy, stroje a zariadenia ako riadené dynamické systémy majú veľmi často stavové, alebo výstupné veličiny závislé nielen od času, ale aj od priestorových premenných. Vo všeobecnosti sú to systémy mechaniky kontinua, alebo systémy s rozloženými parametrami (SRP). Z matematického hľadiska sú to systémy popísané parciálnymi diferenciálnymi rovnicami (PDR) s okrajovými a začiatočnými podmienkami na zložitých, veľmi často na 3D oboroch definície. Príkladom SRP môžu byť ohrievacie a taviace pece, metalurgické procesy, zlievarenské procesy, technológie tepelného spracovania, chemicko-technologické procesy, kmitanie zložitých nosných konštrukcií, SMART štruktúry a podobne.

SRP bývajú často v inžinierskej praxi reprezentované vo forme systémov so sústredenými vstupmi a rozloženými výstupmi (SSR) [1]. Rozložený výstup lineárnej SSR v časovej a obrazovej oblasti má nasledujúci tvar:

$$Y(\overline{x},t)=\sum_{i=1}^{n}Y_i(\overline{x},\mathrm{t})=\sum_{i=1}^{n}\mathcal{G}_i(\overline{x},t)\otimes U_i(t) \tag{1}$$

$$Y(\overline{x},s)=\sum_{i=1}^{n}Y_i(\overline{x},s)=\sum_{i=1}^{n}S_i(\overline{x},s)U_i(s) \tag{2}$$

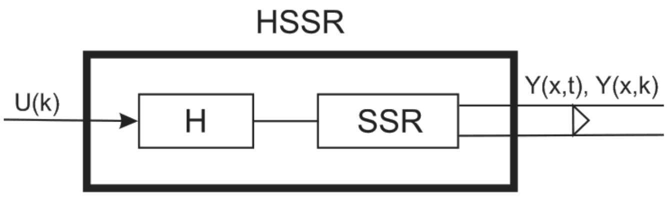
kde $\overline{x}=(z,y,z)$ je vektor polohy v 3D priestore, $U_i(t)$ je hodnota sústredeného vstupu, $\mathcal{G}_i(\overline{x},t)$ je i-ta rololožená impulzná charakteristika, $\otimes$ značí konvolutórny súčin, $Y_i(\overline{x},t)$ je odozva systému na i-ty vstup, S_i je i-ta prenosová funkcia. Keď $U_i(t)$ je jednotkový skok, na výstupe SSR dostávame potom rozloženú prechodovú charakteristiku $\mathcal{H}_i(\overline{x},t)$.

Pre časovo-diskrétne systémy s uvažovaním tvarovača nultého rádu (H), obr. 1 možno potom vyjadriť celkovú rozloženú výstupnú veličinu systému HSSR v tvare:

$$Y(\overline{x},k)=\sum_{i=1}^{5}Y_i(\overline{x},k)=\sum_{i=1}^{5}\mathcal{G}H_i(\overline{x},k)\oplus U_i(k) \tag{3}$$

$$Y(\overline{x},z)=\sum_{i=1}^{n}Y_i(\overline{x},z)=\sum_{i=1}^{n}SH_i(\overline{x},z)U_i(z) \tag{4}$$

kde $SH_i(\overline{x},z)$ je *i*-ta diskrétna prenosová funkcia, $\oplus$ je znak konvolutórneho súčtu.



Obrázok 1: Vstupno-výstupná reprezentácia bloku HSSR

Pre body $\bar{x}_i = (z_i, y_i, z_i)$ v blízkosti pôsobísk sústredených vstupných veličín $U_i(t)$, kde parciálne priebehy rozložených výstupných veličín $Y_i(\bar{x}_i, t)$ dosahujú maximum, môžeme identifikovať spojité alebo diskrétne prenosové funkcie $S_i(\bar{x}_i, s)$, $SH_i(\bar{x}_i, z)$:

$$\left\{Y_i(\bar{x}_i,t) = \mathcal{G}_i(\bar{x}_i,t) \oplus U_i(t)\right\}_{i=1..n} \rightarrow \left\{Y_i(\bar{x}_i,s) = S_i(\bar{x}_i,s) U_i(s)\right\}_{i=1..n} \tag{5}$$

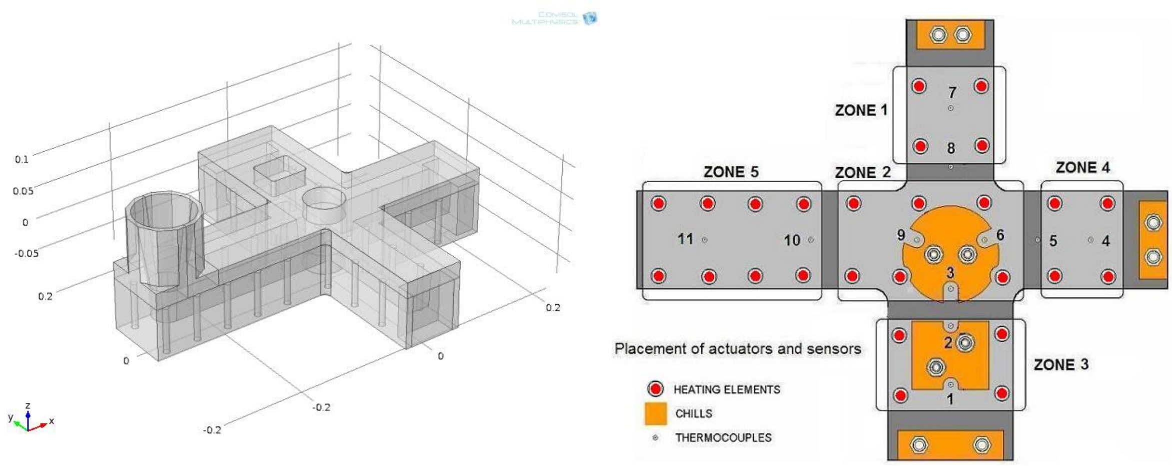
$$\left\{Y_i(\bar{x}_i,k) = \mathcal{G}H_i(\bar{x}_i,k) \oplus U_i(k)\right\}_{i=1..n} \rightarrow \left\{Y_i(\bar{x}_i,z) = SH_i(\bar{x}_i,z) U_i(z)\right\}_{i=1..n} \tag{6}$$

2 Model zlievarenskej formy na báze MKP

Na numerickú analýzu procesov v rôznych oblastiach technologickej praxe je v súčasnej dobe k dispozícii množstvo softvérových produktov a prostredí. Väčšina takto analyzovaných systémov sú systémy s rozloženými parametrami. Numerické metódy založené na metóde konečných prvkov (MKP) umožňujú vyšetrovať dynamiku týchto systémov ako SRP a interpretovať ich pomocou SSR alebo HSSR. Významným softvérovým nástrojom pre numerické modelovanie pomocou metódy konečných prvkov je prostredie COMSOL Multiphysics [2]. Je to prostredie určené na modelovanie a riešenie fyzikálnych dejov v rôznych oblastiach výskumnej a inžinierskej praxe. Výber vhodného matematického modelu pre určitý proces tvorí základ pre následnú analýzu systému a jeho numerické simulácie, optimalizáciu a riadenie.

Množstvo inžinierskych úloh pri simulácií môže byť definovaných ako proces hľadania odozvy na zariadení, pod vplyvom vstupných veličín. Možnosť prezentácie výsledkov riešenia v podobe rôznych grafov, ako aj animácií a všetky ostatné potrebné parametre sú zadávané pomocou grafického užívateľského rozhrania (GUI). Akékoľvek riešenie je možné pre ďalšie spracovanie exportovať do jednoduchých dátových alebo textových súborov. Samozrejmosťou je export vytvorených obrázkov a grafov. Spracovaný model je možné uložiť vo viacerých formátov ako napríklad do textového m-file súboru programu MATLAB.

V tomto prípade sa zaoberáme modelovaním teplotných polí kovovej zlievarenskej formy, ktorej 3D geometria bola nakreslená v CAD prostredí Catia V5R19 a následne importovaná do COMSOL Multiphysics, obrázok 2, kde možno vidieť 3D model formy a rozmiestnenie vyhrievacích telies a termočlánkov v jednotlivých zónach spodnej časti formy.



Obrázok 2: 3D model zlievarenskej formy a rozmiestnenie vyhrievacích telies a termočlánkov

Konštrukčné riešenie daného experimentálneho zariadenia je navrhnuté tak, aby sme sa vyhli zjednodušeniu osovej symetrie. Hlavným prvkom zariadenia je dvojdielna oceľová forma, v spodnej časti osadená výhrevnými telesami, pasívnym chladením a termočlánkami s príslušnými meracími a riadiacimi obvodmi. Výhrevné telesá sú spolu zoskupené do piatich samostatne ovládateľných zón. Výhoda takéhoto zoskupenia spočíva hlavne v citlivejšej reakcií pre danú oblasť formy. Umožňuje nám zaznamenávať a riadiť proces predohrevu formy a tuhnutia odliatku. Umiestnenie náliatku mimo krížového spoja je z pohľadu technológie gravitačného liatia atypické, ale v tomto prípade ide tiež o analýzu možností riadeného predohrevu formy za účelom vhodného ovplyvnenia prirodzeného smeru tuhnutia odliatku [3].

Rozloženie teploty $T(\bar{x},t)$ v kovovej zlievarenskej forme na definičnom obore $\Omega \in E_3$ s hranicou $\partial\Omega$ je modelované parciálnou diferenciálnou rovnicou parabolického typu s hraničnou a začiatočnou podmienkou v tvare

$$\frac{\partial T(\bar{x},t)}{\partial t} - a\nabla^2 T(\bar{x},t) = \sum_{i=1}^{5} u_i(\bar{x},t) \tag{7}$$

$$-n\left(-\lambda\nabla T(\bar{x},t)\right) = h\left(T_{ext} - T(\bar{x},t)\right) \text{ na } \partial\Omega \tag{8}$$

$$T(\bar{x},0) = T_{init} \tag{9}$$

kde $\bar{x} = (x,y,z)$ sú priestorové súradnice v 3D, t je čas, $a = \lambda/\rho C_p$ je koeficient teplotnej vodivosti, $u_i(\bar{x},t)$ sú zdroje tepla v jednotlivých zónach formy, n je vonkajšia normála, λ je koeficient tepelnej vodivosti, h je koeficient prestupu tepla konvekciou, n je vonkajšia normála, T_{ext} je vonkajšia teplota, T_{init} je začiatočná teplota.

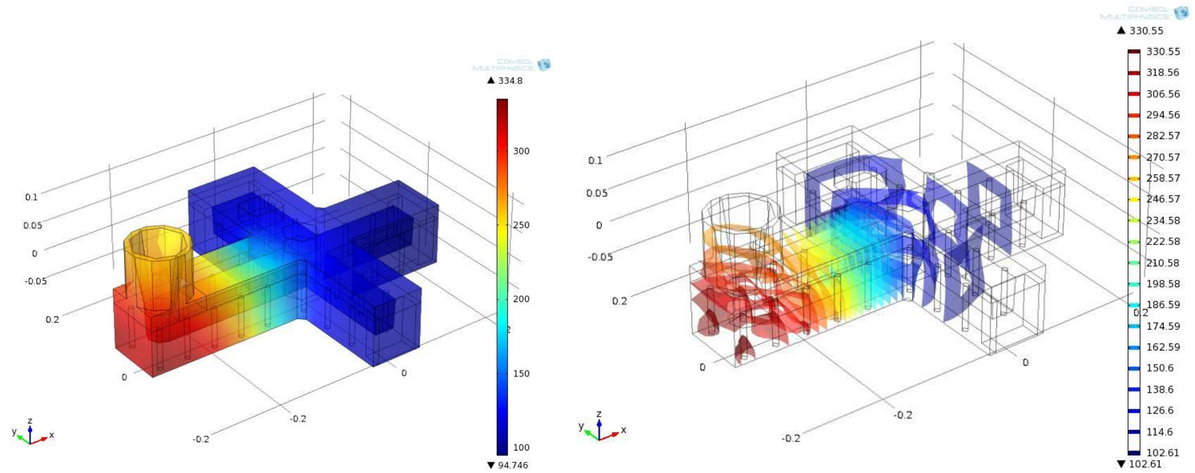
Výsledky riešenia MKP pre parametre PDR uvedené v tabuľke 1 pri samostatnom pôsobení sústredených vstupných veličín $\{u_i\}_{i=1,5}$ v tvare skokových funkcií pôsobiacich na podoblastiach $\{\Omega_i\}_{i=1,5}$ ako zdroje tepla podľa tabuľky 2 sú pre 5. zónu znázornené na obrázku 3. Prvý obrázok zľava nám zobrazuje rozloženie teploty vo vnútri formy pri ustálenom stave. Ďalší obrázok nám znázorňuje rozloženie teploty formy ako plochy s rovnakou teplotou.

Tabuľka 1: Parametre PDR pre železo

Označenie	**Hodnota**	**Jednotka**	**Veličina**
λ	76,2	W/(m.K)	koeficient tepelnej vodivosti
ρ	7870	kg/m^3	merná hmotnosť
C_p	440	J/(kg.K)	tepelná kapacita
h	15	W/(m^2.K)	koeficient prestupu tepla konvekciou

Tabuľka 2: Zdroje tepla v jednotlivých zónach formy

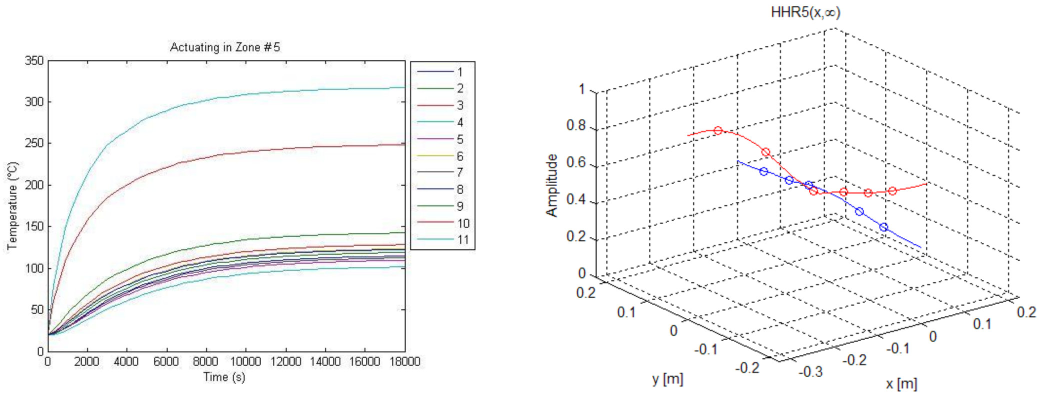
Zóna	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Zdroje tepla Q_i [W/m^3]	$2{,}91026\cdot10^7$	$4{,}35639\cdot10^7$	$2{,}91026\cdot10^7$	$2{,}91026\cdot10^7$	$5{,}82052\cdot10^7$



(a) (b)

Obrázok 3: Teplotné pole v ustálenom stave a znázornenie izoplôch v zóne číslo 5

Na základe výsledkov MKP modelovania teplotných polí budú ďalej určené prenosové funkcie $\{S_i(\bar{x}_i, s)\}_{i=1,5}$ a $\{SH_i(\bar{x}_i, z)\}_{i=1,5}$ za účelom použitia pri návrhu syntézy riadenia v časovej oblasti a redukované prechodové charakteristiky v ustálenom stave $\{\mathcal{H}HR_i(\bar{x}, \infty)\}_{i=1,5}$, ktoré slúžia ako bázové funkcie pre riešenie aproximačnej úlohy v priestorovej syntéze riadenia. Teplotné priebehy boli analyzované v 11-tich bodoch, v ktorých sú na zlievarenskej forme umiestnené termočlánky, obrázok 4.



Obrázok 4: Teplotné priebehy v jednotlivých bodoch $\bar{x} = \{x_i, y_i\}_{i=1,11}$ pri ohreve zóny č. 5 a rozložená redukovaná prechodová charakteristika v ustálenom stave $\{\mathcal{H}HR_5(\bar{x}, \infty)\}$

3 Identifikácia dynamických charakteristík teplotných polí

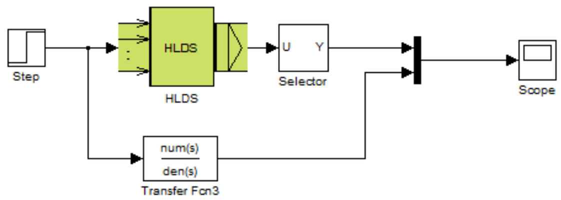
Prenosové funkcie boli identifikované pre každú z piatich zón zvlášť v oblasti s najrýchlejšou dynamikou, pomocou GUI *ident* System Identification Toolboxu. Jednotlivé pozície daných bodov $\{\bar{x}_i = (x_i, y_i, -0.05)\}_{i=1,5}$. Pričom index i nám určuje číslo zóny. Parciálna prechodová charakteristika v zóne číslo 5 $\{\mathcal{H}_i(\bar{x}_i, t)\}_{i=5}$ pre identifikáciu je znázornená na obrázoku 6 modrou farbou. Pri identifikácií je možné nastaviť užívateľské obmedzenia pre hľadané parametre resp. akceptovať predvolené hodnoty systému *ident*. Tieto prenosové funkcie boli následne prepočítané do tvaru polynómov v čitateli a menovateli. Identifikované prenosové funkcie v tabuľke 3 majú všeobecný tvar

$$G(s) = \frac{K(1+T_z s)}{(1+T_{p1}s)(1+T_{p2}s)} \tag{10}$$

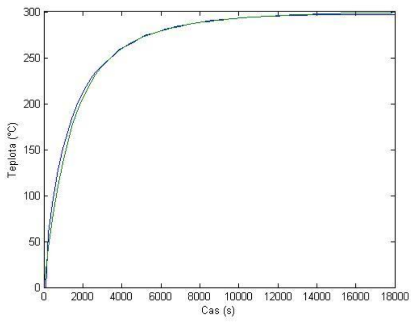
Tabuľka 3: Identifikované prenosové funkcie

Zóna	Pozícia	$\left\{S_i\left(\overline{x}_i, s\right)\right\}_{i=1,5}$	$\left\{SH_i\left(\overline{x}_i, z\right)\right\}_{i=1,5}$, $T = 10s$
1	7	$\frac{97,3(1+800s)}{(1+3277,8s)(1+445,6s)}$	$\frac{0,529z-0,5224}{z^2-1,975z+0,9748}$
2	9	$\frac{123,9(1+1000s)}{(1+3799s)(1+310s)}$	$\frac{1,039z-1,029}{z^2-1,966z+0,9657}$
3	1	$\frac{83,3(1+55s)}{(1+3484,8s)(1+495,7s)}$	$\frac{0,02861z-0,02384}{z^2-1,977z+0,9772}$
4	4	$\frac{95,9(1+54s)}{(1+3312,1s)(1+456,7s)}$	$\frac{0,03696z-0,03069}{z^2-1,975z+0,9754}$
5	11	$\frac{317,1(1+872,9s)}{(1+3278,2s)(1+779,2s)}$	$\frac{1,081z-1,069}{z^2-1,984z+0,9842}$

Na analýzu sústredených a rozložených prechodových charakteristík, ako aj identifikovaných modelov bola v prostredí MATLAB & Simulink pomocou blokov DPS Blockset vytvorená schéma podľa obrázku 5. Vykreslenie výsledku analýzy identifikácie prechodovej charakteristiky pri ohreve zóny číslo 5 je na obrázku číslo 6.



Obrázok 5: Bloková schéma pre analýzu prechodových charakteristík a výsledkov identifikácie



Obrázok 6: Identifikácia prechodovej charakteristiky pri ohreve zóny č. 5

4 Záver

V posledných rokoch sa v inžinierskej praxi neustále zvyšuje záujem o analýzu dynamiky procesov, strojov a zariadení nielen v časovej, ale aj v priestorovej závislosti. Sofistikované numerické metódy a dostupná softvérová podpora umožňujú získavať časovo-priestorové dynamické charakteristiky skúmaných systémov zadávaných na zložitých 3D oboroch definície, analyzovať ich dynamiku a využiť poznatky pre syntézu moderných metód riadenia. Zlievarenské procesy sú typické prípady systémov s rozloženými parametrami, vyznačujúce sa zložitou dynamikou, 3D oborom definície a výskytom neurčitostí pri modelovaní a riadení. Uplatnenie metód riadenia teplotných polí v rôznych fázach zlievarenského procesu otvára možnosti na dosiahnutie požadovanej kvality výsledného produktu a minimalizáciu nákladov.

5 Poďakovanie

Článok bol pripravený pri grantovej podpore APVV projektu „High-tech solutions for technological processes and mechatronic components as controlled distributed parameter systems“ (APVV-0131-10).

References

[1] G. Hulkó, M. Antoniová, C. Belavý, J. Belanský, J. Szuda, P. Végh. *Modelovanie, riadenie a návrh systémov s rozloženými parametrami s demonštráciami v prostredí Matlab*. Vydavateľstvo STU v Bratislave, Bratislava, S.R., 1998.

[2] Roger W. Pryor. *Multiphysics Modeling Using COMSOL A First Principles Approach*. Jones and Bartlett publishers, 2010

[3] P. Buček. *Mechatronická zlievarenská forma ako systém s rozloženými parametrami.* SjF STU, Bratislava, 2011

Marcel Vlček
marcel.vlcek@stuba.sk

Cyril Belavý
cyril.belavy@stuba.sk