TEORETICKÉ ÚVAHY O PODSTATE SIMULAČNÉHO OPTIMALIZAČNÉHO MODELU

doc. Ing. Vladimír Jerz, PhD.

Ústav výrobných systémov, environmentálnej techniky a manažmentu kvality
Strojnícka fakulta STU Bratislava

Kľúčové slová: optimalizácia, simulácia, model, metamodel

1. Úvod

Vedecký prístup k riešeniu rozmanitých náročných optimalizačných úloh predpokladá vytvorenie vhodného modelu, ktorý odráža vlastnosti reality dôležité z hľadiska sledovaných cieľov a poskytuje prostriedky na hľadanie optimálnych riešení. V teoretických prácach mnohých autorov sa vyskytujú rôzne formulácie takýchto modelov.

Pri vytváraní optimalizačných aj simulačných modelov je využívaný tzv. **deskriptívny prístup**, ktorý spočíva vo vytvorení usporiadanej množiny poznatkov, charakterizujúcich štruktúru alebo správanie sa určitého systému za účelom poznania podstaty jeho fungovania[1] [7]. Sú to teda **deskriptívne modely**, ktoré môžu mať rôzny charakter – slovný opis, klasické modely operačnej analýzy v podobe matematických rovníc a nerovností, grafov, matíc, alebo tabuliek. V prípade simulačných modelov ide spravidla o počítačový model. Je zrejmé, že každý model je vytváraný na určitý účel a pri jeho vytváraní musí byť zohľadnený aj predpokladaný spôsob jeho použitia.

Pri riešení optimalizačných aj simulačných modelov sa využíva tzv. **normatívny prístup**, ktorého podstatou je poskytnutie návodu, ako model využiť pri hľadaní optimálnych alebo „čo najlepších“ riešení[2]. V prípade klasických analytických optimalizačných modelov sú známe algoritmy a metódy na ich riešenie alebo odporúčané postupy – niekedy viacetapové. V prípade simulačných modelov môže ísť tiež o odporúčania – väčšinou vychádzajúce zo skúseností a poznania podstaty riešených problémov, alebo algoritmy, ktoré môžu byť v prípade optimalizačných modulov priamo zabudované v simulačných softvérových produktoch. V takomto prípade možno simulačný model považovať aj za model, ktorý využíva **preskriptívny prístup**[3], t.j. **preskriptívny model**.

2. Optimalizačný model

Väčšina optimalizačných postupov a metód, ktoré sú prevažne zastrešené disciplínou nazývanou operačná analýza, využíva deskriptívny model, ktorý možno všeobecne zapísať funkciou:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n) \tag{1}$$

Vyjadruje skutočnosť, že hodnota sledovanej výstupnej veličiny modelu y je **funkciou** kombinácie hodnôt vstupných veličín – nezávisle premenných x_i . Pri viackriteriálnej optimalizácii, možno vzťah zapísať:

---

1 Podľa inej definície deskriptívny prístup popisuje javy, procesy a systémy tak, ako v daný moment vyzerajú[8]. Je to teda opisný prístup.

2 Normatívny prístup analyzuje minulosť a predikuje budúcnosť. Podľa inej definície normatívny prístup popisuje javy, procesy a systémy tak, ako by mali vyzerať podľa platných noriem.

3 Preskriptívny prístup (nariaďujúci) sa snaží nájsť nástroje, ktorými možno rozhodovanie zlepšiť. Tento prístup sa vyznačuje inkorporovaním poznatkov normatívneho prístupu, ale s prihliadnutím na kognitívne obmedzenia zistené prostredníctvom metód deskriptívneho prístupu [9].

$$Y = f(x_1, x_2, ..., x_n), \quad \text{kde } Y = (y_1, y_2, ..., y_m) \tag{2}$$

Charakteristické je (na rozdiel od simulačného modelu), že funkciu f *možno zapísať ako matematickú funkciu* a hodnotu výstupnej veličiny y, resp. veličín y_i, *vypočítať*.

Model možno zapísať aj ako **zobrazenie**, t. j. vzťah medzi množinami, pri ktorom je každému prvku (vzoru) prvej množiny priradený určitý prvok (jeho obraz) z druhej množiny:

$$m : X \to Y \tag{3}$$

Prvkami množiny X sú kombinácie hodnôt vstupných veličín modelu ($x_1, x_2, ..., x_n$) a prvkami množiny Y sú kombinácie hodnôt výstupných veličín ($y_1, y_2, ..., y_m$). Z definície zobrazenia vyplýva, že rôznym prvkom množiny X môže byť priradený ten istý prvok množiny Y, t. j. rovnaký cieľ možno dosiahnuť rôznymi spôsobmi.

Aby mohol byť model (1) považovaný za optimalizačný, musí byť doňho zahrnutý cieľ, sledovaný v rámci optimalizácie, napr.:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n) \overset{!}{=} \max \tag{4}$$

a podmienky, ktoré musia spĺňať vstupné veličiny x_i, zadané intervalmi, v ktorých sa hodnoty týchto jednotlivých veličín môžu pohybovať, resp. matematickými rovnicami a nerovnicami, ktorým musia vyhovovať. Vzťah (1) sa nazýva **účelová funkcia**. Podmienky, ktoré musia spĺňať vstupné veličiny sa napr. v prípade úloh lineárneho programovania nazývajú vlastné obmedzenia a podmienky nezápornosti.

Pri viackriteriálnej optimalizácii vzniká otázka, čo musí spĺňať vektor Y, aby riešenie optimalizačnej úlohy mohlo byť považované za optimálne, resp. aká kombinácia hodnôt y_i je optimálna, alebo „lepšia" ako iná.

Charakteristickou črtou väčšiny postupov operačnej analýzy, ktoré narábajú s modelmi uvedeného typu je, že optimálne alebo vyhovujúce riešenia sú hľadané analytickým riešením – výpočtom.

3. Simulačný model

Aj v prípade simulačného modelu existuje v literatúre viac definícií tohto pojmu. Napr.:

Simulačný model je dynamický model, pre ktorý je príznačné, že v modelovanom systéme je poradie výskytu javov rovnaké ako v modelujúcom systéme. Simulačný model možno opísať ako usporiadanú šesticu $< Z_1, Z_2, m, M, \tau, R >$, kde

Z_1 je modelovaný (simulovaný) systém,
Z_2 – modelujúci (simulujúci) systém,
m – prvková zložka modelu,
M – atribútová zložka modelu,
τ – časová zložka modelu,
R – relačná zložka modelu.

Poznámka: Tradičný simulačný model je (z hľadiska klasifikácie modelov) *deskriptívnym* modelom (nie *preskriptívnym*). To znamená, že poskytuje informáciu o tom, ako modelovaný systém pracuje v daných podmienkach (nie o tom, ako nastaviť podmienky, aby systém pracoval optimálne).

Simulátor je modelujúci systém v simulačnom modeli, definovaný na reálnom objekte. Na označenie simulátora sa však bežne používa aj pojem „simulačný model" [3, 4, 5].

Simulačný model možno vyjadriť aj podobne ako optimalizačný model – funkciou alebo zobrazením, pretože účelom jeho použitia tiež býva nájdenie optimálneho, alebo „čo najlepšieho" riešenia.

Ako vhodnejšie označenie premenných, ktoré zodpovedajú nezávisle premenným optimalizačného modelu budeme používať označenie „**vstupné parametre**“ modelu a veličiny, ktoré budú získané na výstupe simulačného experimentu budeme označovať „**sledované výstupné veličiny**“ modelu. Potom možno simulačný model zapísať:

$$y = f(p_1, p_2, ..., p_n) \tag{5}$$

resp.

$$Y = f(p_1, p_2, ..., p_n), \quad \text{kde } Y = (y_1, y_2, ..., y_m) \tag{6}$$

resp.

$$m : P \rightarrow Y. \tag{7}$$

Na rozdiel od optimalizačných modelov, spomenutých v predchádzajúcej časti, funkciu f *nemožno zapísať ako matematickú funkciu*. Je realizovaná cez simulačný experiment so simulačným modelom. Hodnoty sledovaných výstupných veličín *nemožno vypočítať*, ale sú získané na výstupe experimentu so simulačným modelom. V určitých prípadoch môžu byť získané ako výsledok následného výpočtu, do ktorého môžu vstupovať okrem aspoň jednej takejto výstupnej veličiny zo simulačného experimentu aj hodnoty vstupných parametrov modelu alebo rôzne konštanty.

Vstupné parametre majú často charakter náhodných veličín. Sú preto zadávané prostredníctvom teoretických alebo empirických rozdelení pravdepodobnosti a ich parametrov.

V niektorých prípadoch je z hľadiska posúdenia výsledkov simulačného experimentu zaujímavá nielen výsledná hodnota výstupnej veličiny (napr. priemerná dĺžka frontu), ale aj dynamika zmien hodnôt určitej veličiny počas simulačného behu (napr. časová závislosť dĺžky frontu). Je zrejmé, že výstupné veličiny majú tiež charakter náhodných veličín, čo treba zohľadniť pri ich interpretácii.

4. Optimalizačný simulačný model

Optimalizačné postupy, resp. spôsoby hľadania optimálnych riešení, ktoré sú založené na využití modelu uvedeného v tejto časti, sú v literatúre označované napr. pojmami „simulation-based optimization“[6], alebo „optimization via simulation“[1].

Simulačný model (5), resp. (6), býva využívaný v rámci postupov hľadania optimálnych alebo „čo najlepších“ riešení ako prostriedok na overovanie jednotlivých variantov v postupnosti krokov smerujúcich k optimu. Nemožno ho však považovať za optimalizačný v pravom zmysle slova, pretože v ňom nie je zahrnutý cieľ optimalizácie. Optimalizačným sa môže stať po doplnení o funkciu g:

$$z = g(p_1, p_2, ..., p_n, y_1, y_2, ..., y_m), \tag{8}$$

ktorá sa podobne ako v prípade klasického optimalizačného modelu stane účelovou funkciou po doplnení o cieľ optimalizácie a podmienky, ktoré musia spĺňať vstupné parametre p_i ale niekedy aj výstupné veličiny y_j. Táto účelová funkcia môže mať napr. tvar:

$$z = g(p_1, p_2, ..., p_n, y_1, y_2, ..., y_m) \overset{!}{=} \max, \tag{9}$$

ale cieľom môže byť aj jej minimalizácia, alebo čo najväčšie priblíženie sa k určitej hodnote z_{opt}. Cieľom môže byť aj hľadanie takej kombinácie hodnôt parametrov modelu, ktorá vedie pri väčšom počte experimentov k čo najväčšej pravdepodobnosti, že hodnota z bude (nebude) menšia (väčšia) ako určitá zadaná hodnota z_{lim} [2].

Nie všetky p_i a y_j sa musia nachádzať v rovnici účelovej funkcie (niektoré sa môžu vyskytovať s koeficientom 0). Na to, aby mohol byť model považovaný za optimalizačný simulačný model, je však nevyhnutná prítomnosť ***aspoň jednej*** veličiny y_j .

Funkciu g , na rozdiel od funkcie f v simulačnom modeli, *možno (a dokonca treba) zapísať ako matematickú funkciu*.

Optimalizačný simulačný model, obsahujúci vzťahy (6) a (9) je použiteľný v rámci jednokriteriálnej optimalizácie napriek tomu, že obsahuje viac výstupných veličín y_j . Ich vplyv sa totiž prejaví v hodnote jednej vypočítanej veličiny – v hodnote účelovej funkcie z .

Je zrejmé, že všetky výstupné veličiny optimalizačného simulačného modelu sú veličinami, ktorých hodnota je vyčíslená po ukončení simulačného behu (napr. počet vyrobených výrobkov). Veličiny, ktorých hodnota sa počas simulačného behu mení (napr. dĺžka frontu) môže byť v účelovej funkcii prítomná len po vyhodnotení (napr. ako priemerná alebo maximálna dĺžka frontu počas simulačného behu).

5. Metamodely

Cieľom experimentovania so simulačným modelom býva väčšinou porovnanie viacerých variantov simulačného modelu z hľadiska hodnoty sledovanej výstupnej veličiny (prípadne viacerých výstupných veličín). Ak sa jednotlivé varianty navzájom odlišujú len hodnotami vstupných parametrov, alebo ich odlišnosti v štruktúre možno vyjadriť hodnotami vstupných parametrov, možno model transformácie vstupných parametrov na hodnotu výstupnej veličiny všeobecne vyjadriť funkčnou závislosťou (5), resp. (6).

V simulačných modeloch je hodnota výstupnej veličiny získaná vykonaním simulačného experimentu, resp. ako výsledok štatistického spracovania výstupných veličín, získaných z postupnosti experimentov. Väčšinou má charakter náhodnej veličiny. Nemožno ju vypočítať, pretože ani uvedenú funkciu v prevažnej väčšine prípadov nemožno priamo matematicky sformulovať. Je však zrejmé, že matematické vyjadrenie uvedenej závislosti by mohlo slúžiť ako vhodný podklad na predikciu správania sa modelovaného objektu. To viedlo k úsiliu formulovať matematické zápisy závislostí vyjadrených touto funkciou, tzv. **metamodely**. Podkladom na vytvorenie metamodelu sú vykonané simulačné štúdie – postupnosti experimentov s variantmi simulačného modelu.

V najjednoduchšom prípade závislosť obsahuje len jeden relevantný vstupný parameter (i = 1). Graficky možno takúto závislosť vyjadriť krivkou. Ak je zrejmé, že pôjde o lineárnu závislosť, stačí na sformulovanie závislosti vykonať simulačné experimenty s dvoma hodnotami parametrov. Získajú sa 2 body, ktorými možno preložiť priamku, resp. vypočítať koeficienty a a b v rovnici priamky $Y = a + bp$.

Ďalšou možnosťou je vytvorenie takéhoto modelu na základe postupnosti experimentov s viacerými hodnotami parametra – napríklad metódou najmenších štvorcov. V reálnych podmienkach však je otázne, do akej miery je predpoklad lineárnosti opodstatnený. Ak použijeme druhú z uvedených metód, možno na základe grafického znázornenia výsledkov jednotlivých experimentov subjektívne odhadnúť, či by mohlo ísť o lineárnu závislosť. Či je takýto odhad postačujúci, záleží od účelu použitia vytváraného metamodelu. V každom prípade, ak bude model použitý na predikciu správania sa reálneho objektu, vhodnejšie je vyjadriť ho v tvare $Y = a + bp + \varepsilon$, kde ε slúži na všeobecné vyjadrenie stochastických vplyvov pri vytváraní metamodelu. Ide o klasický lineárny regresný model.

Pravdivosť a dôveryhodnosť metamodelu možno zvýšiť, ak pri jeho vytváraní bude zohľadnený stochastický charakter všetkých jeho parametrov.

Okrem uvedeného klasického lineárneho regresného modelu sú v literatúre analyzované aj iné modely, ktoré možno považovať za lineárne [Banks, Law] aj nelineárne. Na názorné zobrazenie niektorých z nich možno použiť trojrozmerné zobrazenie, alebo zobrazenie pomocou vrstevníc.

Príspevok bol vytvorený v rámci riešenia výskumnej úlohy KEGA 3/7307/09 Návrh metodiky využívania nástrojov 3D modelovania a virtuálnej reality v podmienkach výučby v špeciálnych laboratóriách.

Literatúra:

[1] Banks, J., Carson II, J.S., Nelson, B.L., Nicol, D.M.: Discrete-Event System Simulation. Pearson Prentice Hall 2005. 608 s., ISBN 0-13-129342-7

[2] Jerz, V.: Simulácia a optimalizácia v procese prijímania rozhodnutí. Habilitačná práca. Bratislava: SjF STU 2009

[3] Jerz, V.: Simulácia systémov. Bratislava: ES STU 1991, ISBN 80-227-0458-X

[4] Jerz, V., Tolnay, M.: Simulácia diskrétnych systémov. Bratislava: Vydavateľstvo STU 2006. 162 s., ISBN 80-227-2384-3

[5] Kindler, E.: Simulační programovací jazyky. Praha: SNTL, 1980.

[6] Law, A.M.: Simulation Modeling and Analysis. McGraw-Hill Companies 2007. 768 s., ISBN-13 978-0-07-298843-7, ISBN-10 0-07-298843-6

[7] Pinka, D., Szabó, Ľ.: Podnikateľské rozhodovanie. Bratislava: ES EU 1993

[8] http://referaty.atlas.sk/odborne-humanitne/ekonomia/9840/?page=4 (3.2.2010)

[9] http://ffweb.ff.upjs.sk/vyuka//Katedra%20psychologie/Jozef%20Bavolar/Psychologia%20rozhodovania/1%20Definicie%20zakladnych%20pojmov,%20hlavne%20pristupy/1.%20Defin%edcie%20z%e1kladn%fdch%20pojmov%20psychol%f3gie%20rozhodovania,%20hlavn%e9%20pr%edstupy,%20oblasti%20z%e1ujmu%20psychologick%e9ho%20sk%famania.pdf (3.2.2010)

Kontaktné údaje:

doc. Ing. Vladimír Jerz, PhD.
Ústav výrobných systémov, environmentálnej techniky a manažmentu kvality
Strojnícka fakulta STU Bratislava
Námestie slobody 17; 81231 Bratislava
Tel.: +421 2 57296554
E-mail: vladimir.jerz@stuba.sk